1 Présentation de l'équipe

L'équipe de géométrie du Laboratoire de l'Université de Savoie (LAMA) comporte 9 membres titulaires (4 PR dont 1 émérite, 1 MdC habilité, 4 MdC). Un de ses MdC a été recruté PR en 2010 et un autre a obtenu son HDR. Depuis 2010, ont eu lieu 2 départs à la retraite (1 PR, 1 MdC) et 3 arrivées (1PR, 2 MdC).

Les thèmes de recherche de l'équipe sont

- **La géométrie algébrique réelle et la géométrie modérée** : géométrie algébrique, semi-algébrique, analytique, sous-analytique réelle, celle des ensembles définissables dans une structure o-minimale sur les réels ou dans une structure modérée sur des corps valués, singularités réelles, complexes, p-adiques,
- **La géométrie sous-riemannienne et de Finsler**.

Les outils mis en œuvre dans le champ de ces thématiques sont entre autres : la géométrie algébrique, la théorie des modèles, l'intégration motivique, l'analyse réelle, la théorie de la mesure géométrique, la géométrie différentielle, la théorie des stratifications, la topologie des espaces stratifiés, la théorie des équations différentielles.

La cohérence de notre équipe provient du continuum thématique que nous venons de détailler. Les concepts et les problématiques des différents champs nous sont très largement communs : dans des catégories modérées, les singularités se comprennent du point de vue des espaces stratifiés, aussi bien que du point de vue de la géométrie différentielle, des équations différentielles, de la théorie de la mesure géométrique, et - de manière plus surprenante - de la théorie des modèles. Et ces points de vue s'enrichissent les uns les autres. Ainsi la notion de fonction constructible se partage entre la théorie des stratifications, la théorie des modèles, l'intégration motivique. Il en va de même des données plus discrètes provenant de la géométrie algébrique réelle classique (problème de somme de carrés, de topologie des variétés creuses), qui possèdent des angles d'attaque différents couverts par nos compétences communes.

Nous développons ci-dessous ces thèmes tout en en indiquant les domaines de recherche particuliers, au sein de ces thèmes, propres aux membres de l'équipe de géométrie.

1.1 Géométrie algébrique réelle et géométrie modérée

1.1.1 Topologie des variétés algébriques réelles : géométrie torique et tropicale

Généralement on s'intéresse à des estimations de la topologie d'une variété algébrique réelle en fonction d'invariants complexes tels que les degrés de ses équations. On peut espérer obtenir des estimations plus fines en tenant compte du fait que certains monômes peuvent être absents des équations (polynômes creux). La règle de Descartes borne le nombre de racines positives d'un polynôme réel par le nombre de changements de signes des paires de coefficients non nuls consécutifs, et fournit une borne sur le nombre de racines réelles en fonction du nombre de monômes. Un enjeu majeur qui a un intérêt pratique évident est de généraliser cette règle de Descartes, ou d'obtenir des estimations en fonction des nombres de monômes plutôt que par les degrés. C'est la *théorie des Fewnomials* qui est l'axe de la recherche actuelle de **F. Bihan**.

1.1.2 Géométrie modérée sur les réels : géométrie semi-algébrique, sous-analytique, o-minimale

Cette recherche concerne au sens large la géométrie des ensembles définissables dans des structures dites o-minimales sur les réels, une notion visant à traduire une certaine idée de la modération géométrique. Après le développement important de la géométrie semi-algébrique, semi- puis sous-analytique, sous l'impulsion entre autres de A. Tarski, H. Hironaka, L. Hörmander, S. Łojasciewicz, ou R. Thom, il est apparu qu'un cadre naturel pour la géométrie réelle était celui des structures o-minimales, construit dans les années '80 comme une branche de la théorie des modèles par J. F. Knight, Y. Peterzil, A. Pillay, S. Starchenko, C. Steinhorn ou L. van den Dries. On s'accorde ainsi aujourd'hui à penser que la o-minimalité est une réponse à l'appel de Grothendieck, dans son Esquisse d'un programme, à la fondation d'une géométrie modérée.

Bien que définis de façon suffisamment générale pour autoriser des versions dans des contextes apparemment très différents du contexte réel (comme le contexte p-adiques, ou celui des corps valués henséliens plus généraux), les ensembles de ces structures réelles présentent des caractéristiques géométriques très semblables : ce sont des ensembles définissables en logique du premier ordre pour un certain langage qui possèdent tous des propriétés remarquables de finitude uniforme (dans des familles) du nombre de composantes connexes ou encore l'existence de décompositions cellulaires C^k pour tout $k \in \mathbb{N}$, d'invariants additifs classiques comme la caractéristique d'Euler etc...

Des applications spectaculaires de la géométrie modérée sur les réels en géométrie arithmétique, combinant des points de vue de géométrie réelle et de théorie des modèles, ont récemment été obtenues autour de la conjecture d'André-Oort. La recherche de **G. Comte** et **K. Kurdyka** consiste à établir des propriétés métriques et géométriques des ensembles définissables dans ces structures o-minimales réelles. Par exemple dans l'article [26] un progrès important dans la compréhension de la désingularisation de fonctions arc-analytiques et sous-analytiques a été fait, une thématique qui s'avère fortement liée aux questions difficiles (et ouvertes) de résolution des Singularités.

Les inégalités de Łojasiewicz découvertes par lui-même dans les années 60 sont devenues un outil important en théorie des singularités et en géométrie algébrique réelle. Des versions quantitatives dans le cas complexe sont cruciales par exemple pour l'approche effective du Nullstellensatz (cf les travaux de W. D. Bronawell et J. Kollar vers la fin des années 80 et au début des années 90). Les inégalités de Łojasiewicz effectives dans les cas réel trouvent de nombreuses applications par exemple en optimisation (méthodes de descente). Dans [27] sont données plusieurs versions effectives de ces inégalités dans le cas polynomial réel. Cette méthode est étendue dans [49] au cas semi-algébrique.

La définition axiomatique de la o-minimalité laisse ouverte la question de savoir si des ensembles (et des fonctions) particuliers appartiennent ou non à des structures o-minimales. Une question des plus délicates consiste ainsi à construire de nouvelles structures o-minimales. Il a été montré que les classes Gevrey-sommables réelles (L. Van Den Dries, P. Speissegger), les feuilles de Rolle de feuilletages analytiques (A. Wilkie ou Lion-Rolin), puis de feuilletages définissables (P. Speissegger), les classes de Denjoy-Carleman quasi-analytiques (Rolin-Speissegger-Wilkie), étaient o-minimales. Les recherches d'**O. Le Gal** s'inscrivent dans ce cadre : déterminer quels objets "naturels" et en particulier issus d'équations différentielles, sont o-minimaux.

1.1.3 Singularités des trajectoires de champs de vecteurs

Outre l'axe d'étude proprement géométrie modérée indiqué ci-dessus, les travaux d'**O. Le Gal** s'inscrivent plus spécifiquement dans un programme de description qualitative des trajectoires de champs de vecteurs analytiques au voisinage d'un point singulier. Dans un état d'esprit voisin, ayant trait à l'aspect qualitatif du comportement des solutions de certaines équations différentielles, **G. Comte** s'intéresse au nombre d'enlacement de trajectoires de champs de vecteurs Lipschitz. Les nombreux travaux de **K. Kurdyka** en théorie des singularités des champs de vecteurs concernent quant à eux les propriétés métriques et géométriques des trajectoires d'un champ gradient analytique. En particulier, en collaboration avec **P. Orro**, il s'intéresse aux singularités du gradient horizontal en géométrie sous-riemannienne. Dans [17] une étude inédite des trajectoires du gradient sous-riemannien a été réalisée. Le contexte sous-riemannien présente des difficultés sérieuses qui ont découragé beaucoup de spécialistes. Il est montré dans [17] que dans le cas générique les trajectoires du gradient sous-riemannien possèdent des limites. Ce résultat ouvre des perspectives prometteuses de recherche vers une théorie de Morse dans le cas sous-riemannien (en particulier de contact). Cette étude est poursuivie dans le cas Engel dans la prépublication [44], où des phénomènes nouveaux sont mis à jour.

Les techniques utilisées sont issues de la théorie qualitative des équations différentielles, des singularités réelles, ou de la géométrie commutative, comme la ressommation des séries Gevrey ou résurgentes, les procédés de résolution des singularités en caractéristique nulle, les formes normales de singularités de champs de vecteurs, la géométrie analytique réelle.

1.1.4 Géométrie modérée sur des corps non archimédiens

Des catégories d'ensembles définissables dans une structure donnée peuvent encore être considérés sur des corps non-archimédiens (comme $\mathbb{Q}_p, \mathbb{F}_p((t)), \mathbb{C}((t))$, corps de Hardy etc...). Dans ce contexte bon nombre de notions intimement liées aux corps des réels ou des complexes, comme la connexité, n'ont plus court. Néanmoins, les ensembles définissables obtenus en géométrie non archimédienne jouissent encore de propriétés géométriques tout à fait comparables à celles mise en évidence dans le cadre réel. Comme l'existence de cônes tangents, de densités locales, de stratifications régulières ou de décomposition en cartes C^k à dérivées uniformément bornées (lemme algébrique de Yomdin-Gromov). L'étude des propriétés métriques et arithmétiques des ensembles définissables en géométrie non archimédienne est un axe important de la recherche de **G. Comte**. D'autre part, la structure mixte (différentielle et ordonnée) des corps de Hardy font de ceux-ci un cadre essentiel pour les travaux d'**O. Le Gal** concernant les propriétés de finitude des solutions d'EDO.

1.1.5 Singularités et intégration motivique

En 1995, grâce à l'intégration p-adique et aux conjectures de Weil, V. Batyrev montra que deux variétés algébriques complexes de type Calabi-Yau birationnellement équivalentes ont les mêmes nombres Betti. Ce résultat fut à l'origine conjecturé dans le contexte de la théorie des cordes.

La même année, M. Kontsevich montra que les dites variétés partagent les mêmes invariants additifs et multiplicatifs ; leurs nombres de Hodge sont par exemple égaux. A cette fin, il introduisit la théorie de l'*intégration motivique*. L'idée de Kontsevich fut alors de construire une mesure à valeurs dans l'anneau de Grothendieck des variétés algébriques complexes. Un élément de cet anneau est appelé *motif*. Par universalité de la construction, le motif associé à une variété algébrique complexe contient tous les invariants additifs et multiplicatifs de la variété. Konstevich montra alors que deux variétés de Calabi-Yau birationnellement équivalentes ont le même motif.

A la fin des années 90, après avoir développé la théorie de l'intégration motivique, Denef et Loeser ont associé un motif à une singularité de fonction régulière complexe. Ce motif, appelé *fibre de Milnor motivique* de la singularité, contient l'ensemble des invariants additifs et multiplicatifs des fibres de Milnor topologique et faisceautique. Il est obtenu à partir de mesures motiviques de certains ensembles semi-algébriques de germes d'arcs formels dont l'origine est la singularité.

Plus récemment, dans les années 2000, Cluckers et Loeser ont construit une théorie de l'intégration motivique prenant en considération les intégrales à paramètres et la transformation de Fourier. Ces intégrales motiviques se spécialisent sur les intégrales p-adiques usuelles induisant notamment des théorèmes p-adiques uniformes en p et enfin des théorèmes de transfert entre les anneaux $\mathbb{Q}_p$ et $\mathbb{F}_p[[t]]$ intervenant dans le programme de Langlands. Leur théorie est basée sur l'existence de décompositions cellulaires et l'élimination des quantificateurs de la théorie des modèles des corps valués henséliens.

Un axe de recherche de **G. Comte** consiste à établir une théorie des invariants motiviques pour la géométrie réelle, c'est-à-dire attachés à des motifs de singularités réelles, sur le modèle de la théorie des invariants motiviques complexes comme la fibre de Milnor motivique complexe de Denef-Loeser. Ces invariants se spécialisant sur les invariants classiques des ensembles eux-mêmes (par exemple sur la caractéristique d'Euler-Poincaré de la fibre de Milnor réelle). Ce programme possède une contrepartie purement modèle-théorétique, récemment inaugurée par Y. Yin et basée sur l'intégration motivique à la Hrushovski-Kazhdan.

Le domaine de recherche de **M. Raibaut** se situe au sens large dans le champ de l'intégration motivique, champ dans lequel il obtient des résultats universels concernant les singularités de fonctions régulières complexes, de fractions rationnelles et de front d'ondes de distributions motiviques à la Hormander qui se spécialisent sur les fronts d'ondes p-adiques de Heifetz utilisés en théorie des représentations de groupes de Lie p-adiques.

1.1.6 Topologie des espaces singuliers stratifiés et singularités à l'infini

Les thèmes abordés par la recherche de **S. Simon** concernent les "variétés" singulières en un sens très large, et plus particulièrement la topologie et la géométrie de ces objets. Ces objets appartiennent à une catégorie modérée et peuvent être équipés d'une stratification. Un champ de vecteur stratifié (*ie* tangent aux strates) ne possède pas en général de flôt global. De même, sans propriété particulière du champ, l'indice total d'un tel champ n'est pas contraint par la topologie, comme il le serait dans un contexte lisse.

L'homologie d'intersection fut élaborée dans les années 1980 par M. Goresky et R. MacPherson et formulée en termes topologiques ; une de ses propriétés les plus spectaculaires est sans doute de recouvrer la dualité de Poincaré, bien connue dans un contexte lisse. En 1983, une nouvelle approche a permis de reconstruire entièrement l'homologie d'intersection à l'aide d'outils provenant de la géométrie algébrique, en s'appuyant sur le formalisme de l'algèbre homologique et des faisceaux constructibles. On connaît, depuis la fin des années 1980, de nombreuses applications de cette théorie notamment à la théorie des noeuds, aux D-modules, ou plus récemment à un opérateur de signature dans un cadre stratifié.

La relation entre les les champs stratifiés et l'homologie d'intersection est assurée par un théorème d'indice dans l'homologie d'intersection.

Les singularités considérées sur de tels espaces stratifiés proviennent aussi naturellement d'une situation en apparence tout à fait anodine : lorsque que l'on se donne une fonction polynomiale, elle définit une fibration lisse en dehors d'un nombre fini de valeurs de bifurcation au but. Même en l'absence de valeur critique, l'ensemble de bifurcation est en général non vide et inclus dans un ensemble de valeurs dites *critiques asymptotiques*. Le calcul de ces valeurs met en jeu une métrique riemannienne et le gradient de la fonction relativement à cette métrique. Il s'agit alors d'étudier comment évoluent ces valeurs potentiellement exceptionnelles lorsque l'on déforme la métrique et avant tout, comment se comporte le gradient. **P. Orro** s'intéresse également à la topologie des espaces singuliers, en lien avec les propriétés de régularité de stratifications de ces espaces.

K. Kurdyka étudie les algèbres de polynômes non-bornés sur un ensemble semi-algébrique non borné. Cette étude est motivée par des tentatives de généralisation des théorèmes de K. Schmüdgen et M. Putinar au cas non compact. J. B. Lassere a construit des algorithmes d'optimisation à la base de ces théorèmes qui donnent des représentations des polynômes positifs sur un compact semi-algébrique comme somme de carrés. Dans [25] a été donné un lien entre ces algèbres et les valeurs critiques asymtotiques du polynôme lorsqu'il décrit l'ensemble semi-algébrique.

K. Kurdyka et O. Le Gal s'intéressent aux singularités à l'infini des applications polynomiales réelles. Ainsi, dans [16] a été donnée une condition suffisante pour l'existence de composantes évanescentes de fibres d'un polynôme réel. Dans [23] le premier algorithme de calcul de valeurs critiques asymptotiques dans le cas réel a été proposé. Il permet de réduire (de façon effective) l'espace d'arcs nécessaires pour décrire une singularité (à l'infini d'un espace de dimension finie). Cette construction pourrait éclaircir géométriquement certains résultats, notamment de M. Raibaut, obtenus dans le contexte motivique.

1.2 Géométrie différentielle, géométrie Finsler

Le domaine de recherche de **P. Verovic** est la géométrie Finsler. Plus particulièrement l'étude du lien entre les aspects métriques (en termes de propriétés locales ou asymptotiques) et dynamiques (entropie volumique) de certains espaces de Finsler tels que les domaines de Hilbert en faisant intervenir l'analyse convexe, la géométrie différentielle et la géométrie des espaces métriques.

La recherche de **F. Pelletier** s'inscrit dans le cadre de la géométrie différentielle, où il s'intéresse par exemple à la construction d'une théorie des connexions non linéaires dans un très large contexte qui permet de retrouver les différentes constructions de telles connexions dans le cadre des algébroïdes Lie. Ces résultats donnent aussi une généralisation naturelle des connexions classiques associées à une structure Finslerienne sur une variété à la fois pour des feuilletages singuliers et pour des structures sous-Finsleriennes. **F. Pelletier** s'intéresse également aux systèmes dynamiques et leurs singularités ainsi qu'au problème des conditions suffisantes assez générales d'intégrabilité de distributions singulières sur une variété banachique, généralisant le théorème classique d'intégrabilité en dimension finie de Stefan-Sussman. Son travail ouvre le champ de l'étude, dans le cadre banachique, des algébroïdes de Lie banachiques.

2 Résultats marquants par membre de l'équipe Géométrie.

2.1 Frédéric BIHAN

- **systèmes extrémaux.** Un polynôme hyperbolique est un polynôme réel en une variable dont toutes les racines complexes sont réelles. Si l'on impose que toutes ses racines complexes sont strictement positives, alors la règle de Descartes implique que le polynôme n'est pas creux (tous les points entiers de son support apparaissent comme monômes). **F. Bihan** a généralisé cette notion aux systèmes polynomiaux quelconques. Un système est appelé *extrême* si toutes ses solutions (à coordonnées) complexes sont (à coordonnées) strictement positives. Dans le cas où le support du système est un ensemble de $n+2$ points entiers de $\mathbb{R}^n$ (n entier naturel quelconque), il a obtenu récemment une classification complète des supports possibles pour un système extrême. Ce résultat ainsi que le cas $n = 1$ l'ont amené à conjecturer que tout support d'un système extrême possède une base de relations affines dont tous les coefficients sont majorés par 2 en valeurs absolue.

- **Volume mixte discret.** En 2012, **F. Bihan** a défini la notion de *volume mixte discret* associé à un n-uplet d'ensembles finis de points entiers de $\mathbb{R}^n$. Il s'agit d'un analogue discret du volume mixte usuel donnant (au moins dans le cas générique) le nombre de solutions complexes d'un système polynomial de polytopes de Newton donnés. Le volume mixte discret est associé aux supports des polynômes plutôt qu'aux polytopes de Newton (enveloppes convexes des supports). Il montre que le volume mixte discret est une borne sur le nombre de solutions positives de systèmes polynomiaux tropicaux de supports donnés. On obtient ainsi une borne "fewnomiale" pour les systèmes tropicaux. Il montre aussi que la *conjecture de Kouchnirenko* qui était une tentative avortée de généralisation de la borne de Descartes pour les systèmes polynomiaux réels est vraie lorsqu'on se restreint aux systèmes polynomiaux tropicaux.
- **Règle de Descartes multivariée.** Très récemment dans [55], avec A. Dickenstein (Université de Buenos Aires), **F. Bihan** a obtenu la toute première généralisation de la règle de Descartes pour une famille de systèmes polynomiaux réels en un nombre quelconque de variables. Cette règle s'applique aux systèmes déja considérés plus haut ayant un support consituté de $n+2$ points entiers dans $\mathbb{R}^n$ (n quelconque). À un tel système, on associe une suite ordonnée de réels obtenus en considérant des mineurs maximaux de la matrice des coefficients ainsi que de la matrice des exposants. On borne alors le nombre de solutions positives du système par le nombre de changements de signes consécutifs dans cette suite. On montre de plus que notre règle de Descartes généralisée est optimale.

2.2 Georges COMTE

- **Borne de l'invariant de Hopf-Arnold.** Avec Y. Yomdin, dans [15], nous avons borné le nombre d'enlacement de deux trajectoires d'un champ de vecteurs Lipschitz en fonction du temps de parcours de cette trajectoire et de la constante de Lipschitz de ce champ. Ceci nous a permis de produire une borne pour l'invariant asmyptotique de Hopf-Arnold. Nous démontrons pour cela une version quantifiée de la formule de Cauchy-Crofton sphérique, la quantification portant sur le caractère transverse de l'intersection des deux trajectoires.
- **Étude métrique des ensembles définissables en géométrie non archimédienne.** Avec R. Cluckers et F. Loeser nous avons entrepris dans [8] et dans [9] une étude des propriétés métriques des ensembles de la géométrie modérée dans le cadre non-archimédien (le cadre p-adique pour ces deux articles). Nous établissons l'existence dans ce contexte de stratifications régulières (condition de Verdier relative), du caractère globalement Lipschitz par morceaux définissables des fonctions localement Lipschitz et nous en déduisons l'existence d'invariants des singularités de nature métrique comme la densité locale (le nombre de Lelong en complexe), une version non archimédienne du link d'une singularité et l'existence de cônes tangents distingués parmi tous les cônes tangents construits sur des sous-groupes ouverts du groupe multiplicatif de $\mathbf{Q}_p$. Au passage nous démontrons une version p-adique

locale de la formule de géométrie intégrale de Cauchy-Crofton, calculant un d-volume comme une moyenne sur toutes les projections des d-volume pondérés des projetés.

- **Densité des points algébriques de degré et hauteur bornés en géométrie non archimédienne.** Avec R. Cluckers et F. Loeser [57] nous généralisons dans un travail en cours d'achèvement l'existence des décompositions définissables sur les morceaux desquels une fonction localement Lipschitz est globalement Lipschitz. Ceci dans un cadre non archimédien bien plus général que le précédent cadre p-adique [8]. Nous en déduisons un théorème de reparamétrisation à la Yomdin-Gromov dans le cadre non-archimédien qui nous permet à son tour de donner une version non-archimédienne du théorème de Pila-Wilkie. Le théorème de reparamétrisation de Yomdin-Gromov non-archimédien assure qu'étant donné un entier $r \geq 1$, tout ensemble définissable possède une projection définissable sur une puissance du corps résiduel, les fibres de cette projection étant des cartes définissables C^r à différentielles bornées par 1 jusqu'à l'ordre r. Ce théorème assure alors que la densité des points de hauteur bornée (en un sens bien défini dans notre article) dans la partie transcendante d'un ensemble définissable sur un corps valué est faible. La majoration obtenue dans notre borne est de même nature que la celle obtenue par Pila & Wilkie dans le cadre définissable réel (cf J. Pila, A. Wilkie, The rational points of a definable set, Duke Math. J. 133 (2006), 591-616.). Nous pensons que ce résultat devrait connaître des applications majeures comme ce fut le cas pour le théorème réel de Pila & Wilkie qui permit à Pila une preuve d'un cas particulier de la conjecture d'André-Oort/Lang-Manin-Mumford (J. Pila, o-minimality and the André-Oort conjecture for $\mathbb{C}^n$, Annals of Math. 173 (201), 1779-1840).
- **Fibre de Milnor motivique réelle.** Dans [14], avec G. Fichou, nous avons défini une notion de fibre de Milnor réelle motivique, sur le modèle de la fibre de Milnor motivique complexe qui a été mise au point dans les nombreux articles de J. Denef & F.Loeser. Nous associons à cet effet à une singularité d'hypersuface algébrique réelle $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ un invariant motivique défini dans un anneau de Grothendieck universel, sous-anneau de l'anneau de Grothendieck des formules semi-algébriques. Cet invariant est une valeur limite d'une fonction zêta associée à la singularité en question. Pour montrer que l'on peut considérer cette valeur limite, nous établissons un théorème de rationalité de cette fonction zêta, à l'aide de la théorie de l'intégration motivique de M. Kontsevich. Enfin, à l'aide d'une résolution des singularités de f nous montrons que notre invariant motivique se spécialise bien sur la caractéristique d'Euler-Poincaré de la fibre ensembliste en établissant une version réelle du théorème de N. A'Campo.

2.3 Krzysztof KURDYKA

2.4 Olivier LE GAL

- **Généricité des structures o-minimales engendrées par des fonctions C^∞.** Dans [29], on montre que la structure engendrée par une fonction C^∞ restreinte est génériquement o-minimale. C'est donc un résultat qui va dans le sens des travaux de Thom sur les singularités de fonctions différentiables génériques. Plus précisément, on donne une condition explicite sur la transcendance des coefficients des développements de Taylor d'une fonction lisse $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ qui s'avère être générique au sens de la topologie de Whitney, et implique la o-minimalité de la structure $\mathbb{R}_f$ engendrée par f. La généricité est obtenue par un raisonnement diagonal basé sur le théorème de Sard, et la o-minimalité comme conséquence

d'un théorème de Rolin, Speissegger & Wilkie (Quasianalytic Denjoy-Carleman classes and o-minimality. J. Amer. Math. Soc. 16 (2003), no. 4, 751-777), en montrant la quasianalyticité des algèbres construites à partir de f et saturées par prise de fonctions implicites, par composition et par division monomiale. Les principes à l'œuvre dans ce travail sont d'une grande efficacité pour montrer l'existence de structures o-minimales aux propriétés exotiques. Ainsi, on retrouve de façon très élémentaire l'existence de structures o-minimales n'admettant pas la propriété de stratification analytique. On construit tout aussi élémentairement des structures o-minimales incompatibles (au sens ou elles ne sont pas des réduites d'une même structure o-minimale), et même des structures incompatibles avec les sous-analytiques (résultat inconnu antérieurement). Des constructions basées sur le même principe ont été utilisées par M. Thomas (An o-minimal structure without mild parameterization. Ann. Pure Appl. Logic 162 (2011), no. 6, 409-418) pour montrer qu'il existait des structures sans *mild parametrisation* (une propriété intervenant dans l'obtention de bornes sur les points rationnels d'ensembles définissables), et par S. Randriambololona pour montrer l'existence d'une infinité de réduites polynomialement bornées maximales de $\mathbb{R}_{\text{an,exp}}$, la structure engendrée par l'exponentielle et les sous-analytiques globaux.
– **Solutions formelles d'équations différentielles.** Dans [56], on montre que toute solution formelle d'un système d'EDOs analytique peut être réalisée par une solution réelle. Plus précisément, on montre que si une série formelle $\widehat{\gamma} \in \mathbb{R}[[x]]^n$ est invariante sous l'action d'un germe de champ de vecteurs $\xi : \mathbb{R}^n_0 \to \mathbb{R}^n_0$ analytique et singulier à l'origine de $\mathbb{R}^n$, c'est à dire vérifie formellement $\widehat{\gamma}\,' = k \cdot \xi(\widehat{\gamma})$ où $k \in \mathbb{R}[[x]]$, alors $\widehat{\gamma}$ possède une réalisation réelle, c'est-à-dire qu'il existe un germe de demi-courbe $c : \mathbb{R}^+_0 \to \mathbb{R}^n$ asymptotique à $\widehat{\gamma}$ au sens de Poincaré, et qui soit le germe d'une trajectoire de ξ. La preuve se scinde en deux étapes principales. Dans la première, un procédé de type rectilinéarisation inspiré de l'algorithme classique de Turritin permet d'obtenir, après éclatements et ramifications, une écriture sous la forme d'un système d'EDOs en *forme finale* pour les champs de vecteurs analytiques au voisinage de leurs trajectoires formelles. Une deuxième étape consiste à construire pour de tels systèmes d'EDOs, un drapeau de variétés centrales emboitées contenant une solution formelle donnée, et qui, par réduction de dimension, permet d'exiber la solution réelle recherchée. Ce résultat est si naturel qu'il est surprenant qu'il n'ait pas été déjà connu. Il s'inscrit dans une longue tradition de résultats d'existence d'objets remarquables invariants sous l'action du flot d'un champ de vecteurs analytique (séparatrices, variétés stables, instables et centrales). Quoique son énoncé relève purement du domaine des EDOs réelles, il entretient des liens forts avec la géométrie modérée. Par exemple, couplé à des arguments d'analyticité de lieux de tangence, il permet de montrer que l'ensemble des trajectoires de champs de vecteurs analytiques *isolées* (au sens où elles sont seules dans leur pinceau) est o-minimal.

2.5 Michel RAIBAUT

– **Singularités à l'infini et intégration motivique.** Dans [40] on considère une fonction régulière non constante définie sur une variété algébrique lisse sur un corps de caractéristique nulle. On définit une *fibre de Milnor motivique à l'infini* associée à la fonction. Ce motif est défini en termes d'une compactification choisie, non nécessairement lisse, mais est indépendant de ce choix. Il contient les invariants additifs et multiplicatifs de la fibre Milnor à l'infini. Par exemple dans le cas complexe, il se réalise en le spectre à l'infini de la fonction. Le cas d'un polynôme non dégénéré pour son polyèdre de Newton à l'infini est traîté et on retrouve le calcul du spectre à l'infini du partenaire miroir de $\mathbb{P}^n$ calculé par Douai & Sabbah (Gauss-Manin systems, Brieskorn lattices and Frobenius structures. I. Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 53 (2003), no. 4, 1055-1116). Pour toute valeur a, on considère les singularités à l'infini de la fonction dans la fibre en a. On définit pour cela une notion de *cycles évanescents motiviques à l'infini* dans la fibre. Cette notion ne dépend d'aucune compactification. On montre que le nombre de valeurs admettant de tels cycles est fini et on introduit alors un *ensemble de bifurcation motivique* qui est à comparer avec l'ensemble de bifurcation classique de f.

- **Fibre de Milnor motivique à l'infini.** Dans l'article [38] on calcule la fibre de Milnor motivique à l'infini de la composée d'un polynôme de Laurent non dégénéré pour son polyèdre de Newton à l'infini avec des fonctions non constantes à variables séparées et définies sur des variétés lisses. On obtient par exemple une formule de type Thom-Sebastiani.
- **Fibre de Milnor motivique d'une fonction rationnelle.** Dans l'article [41] on poursuit cette étude et on traîte le cas des fractions rationnelles. Un point d'indétermination a d'une fraction rationnelle est adhérent à toutes les fibres de la fonction. On associe alors pour toute valeur v de la fonction, une fibre de Milnor motivique en a et v qui contiendra les invariants additifs et multiplicatifs de la fibre de Milnor topologique de la fonction en a et v. On introduit dans ce contexte une notion de cycles évanescents motiviques et on montre que l'ensemble des valeurs v où ces cycles existent est un ensemble fini qui est à comparer avec l'ensemble de bifurcation classique de la fraction rationnelle au point a.

3 Projets de recherche individuels

3.1 F. BIHAN

Un projet ambitieux consiste à étendre la règle de Descartes obtenue avec A. Dickenstein. Le premier cas à examiner est celui de systèmes dont le support contient $n+3$ points dans $\mathbb{R}^n$, et plus particulièrement (pour $n=2$) de systèmes de deux polynômes en deux variables et constitués de 5 monômes. En parallèle, mon étudiant B. Hilany essaiera d'utiliser des techniques de géométrie tropicale (notamment la notion de modification tropicale) afin de construire des systèmes du type précédent avec un grand nombre de solutions positives. L'objectif étant de réduire l'écart entre borne théorique et valeur maximale connue. Il serait également intéressant d'étudier les systèmes du type précédent qui sont extrêmes afin de valider ou invalider la conjecture formulée plus haut. Avec B. Nill, nous essayons d'appliquer les techniques utilisées dans mon étude du volume mixte discret afin d'obtenir des résultats sur la notion de "Mixed degree" qu'il a introduite et qui semble être intéressante du point de vue de la combinatoire des polytopes convexes entiers.

3.2 G. COMTE

Mon projet de recherche consiste à poursuivre les directions ouvertes dans mes travaux récents. C'est-à-dire développer les techniques réelles issues de la théorie de la mesure géométrique, des singularités, des stratifications régulières etc... aux ensembles définissables dans des structures *a priori* éloignées des structures réelles, comme celles prenant place dans le cadre non-archimédien (ensembles définissables p-adiques, en géométrie non-archimédienne des corps valués henséliens, de valuations discrète).

- **Points spéciaux et géométrie non archimédienne.** Le travail en cours [57] avec R. Cluckers et F. Loeser s'inscrit dans cette perspective. Il généralise au cadre non-archimédien

les résultats de Pila & Wikie (J. PILA, A. WILKIE, The rational points of a definable set, Duke Math. J. 133 (2006), 591-616) sur les points de hauteur bornée dans les ensembles définissables dans des structures o-minimales sur les réels. Le résultat de Pila & Wikie montre que dans la partie transcendante d'un ensemble définissable dans une structure o-minimale, étant donné ϵ, le nombre de points rationnels de hauteur $\leq T$ et de degré algébrique $\leq k$ est borné par $C(\epsilon, k)\cdot T^{\epsilon}$, autrement dit, que de tels points sont peu nombreux. Ce résultat montre en conséquence que si des points spéciaux (en un sens à définir, mais basés les notions de hauteurs et de degré algébrique) sont en revanche nombreux, il existe un arc semi-algébrique qui les contient. C'est, suivant une stratégie proposée par U. Zannier, cet argument qui prévaut dans la suite d'articles produits par C. Daw & Yafaev (An unconditional proof of the André-Oort conjecture for Hilbert modular surfaces, Manuscripta Mathematica, (2011)), P. Habegger & J. Pila (Some unlikely intersections beyond André-Oort, preprint, (2010)), D. Masser & U. Zannier (Torsion anomalous points and families of elliptic curves, Amer. J. Math. 132 (2010), 1677-1691), Peterzil & Starchenko (Around Pila-Zannier : the semiabelian case, preprint, (2009)), (Definability of restricted theta functions and families of abelian varieties. Duke Math. J. 162 (2013), no. 4, 731?765), J. Pila (O-minimality and the André-Oort conjecture for Cn, Ann. of Math. 173, no. 3, (2011), 1779-1840) and J. Pila & U. Zannier (Rational points in periodic analytic sets and the Manin-Mumford conjecture, Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Mat. Appl. 19 (2008), 149-162) dans le but de prouver des résultats de géométrie diophantienne attestant que pour certaines variétés algébriques les seules relations algébriques entre leurs points spéciaux sont celles provenant de variétés spéciales.
Notre extension au cas p-adique du résultat de Pila & Wilkie devrait avoir des conséquences substantielles en géométrie arithmétique. Le semestre "Model Theory, Arithmetic Geometry and Number Theory", organisé au MSRI de janvier à mai 2014 a pour but de rassembler des chercheurs autour de ce thèmes, à la fois théoriciens des modèles, géomètres et arithméticiens. De ce semestre pour lequel je bénéficie d'une invitation entant que "Research Member", je souhaite tirer bénéfice pour étendre encore mes vues sur de possibles domaines d'applications des techniques de géométrie modérée à l'arithmétique. Constatant la fertilité du point de vue géométrie modéré/théorie des modèles, qui permet par analogie d'étendre avec succès des techniques et des concepts bien connus de géométrie réelle et complexe à des cadres plus arithmétiques, nous avons déposé un projet ANR (Définissabilité en géométrie non archimédienne) afin de fédérer les chercheurs qui se rattachent à cette démarche. Plusieurs thèmes sont à considérer dans cette perspective : la théorie des espaces de Berkovich, l'aspect singularités motiviques, les aspect métriques s'appliquant à la géométrie diophantienne. Le projet comprend A. Chambert-Loir, G. Comte, R. Cluckers, A. Ducros, G. Fichou, F. Ivorra, A. Lemahieu, F. Loeser, M. raibaut, J. Sebag.

– **Algèbres de fonctions stables par intégration.** Avec R. Clukers, D. Miller, J. P. Rolin et T. Servi, nous travaillons à la recherche d'algèbres de fonctions contenant les fonctions sous-analytiques réelles et leurs exponentielles, qui soient stables par intégration. Ce travail, en voie de finalisation, vient à la suite de (R. CLUCKERS, D. MILLER, Stability under integration of sums of products of real globally subanalytic functions and their logarithms. Duke Math. J. 156 (2011), no. 2, 311-348) et de (G. COMTE, J. M. LION, J. P. ROLIN, Nature log-analytique du volume des sous-analytiques. Illinois J. Math. 44 (2000), no. 4, 884-888). Il comprend une étude des fonctions presque-périodiques et des intégrales oscillantes.

- **Invariants des singularités réelles et motifs via l'intégration motivique.** Dans [14], avec G. Fichou (Rennes 1) nous avons défini un invariant additif et multiplicatif universel (*un motif*) d'une singularité réelle polynomiale, appelée la fibre de Milnor réelle motivique. Il s'agi d'une classe d'un certain anneau de Grohendieck qui se réalise via le morphisme caractéristique d'Euler-Poincaré sur la caractéristique d'Euler-Poincaré de la fibre de Milnor (positive ou négative) ensembliste de ce polynôme. Ceci définit la contrepartie réelle de la fibre de Milnor motivique complexe introduite pat J. Denef et F. Loeser (cf par exemple : J. DENEF, F. LOESER, Lefschetz numbers of iterates of the monodromy and truncated arcs. Topology 41 (2002), no. 5, 1031-1040). Dans le cas réel, il n'existe pas de notion de monodromie claire attachée à une singularité isolée de sorte que nous ne savons pas s'il existe des invariants additifs universels inscrits dans des motifs et correspondant à ceux que l'on connaît en complexe, comme les nombres de Lefschetz des itérés de la monodromie, les nombres de Hodge etc... Il est permis d'envisager des anneaux de Grothendieck ad hoc dans lequel des généralisations réelles de ces invariants complexes pourraient avoir un sens. Ces invariants seraient obtenus à partir de la forme rationnelle de certaines fonctions zêta associées à notre singularité réelle, sur le modèle de la fibre de Milnor motivique réelle.

3.3 O. LE GAL

Les champs de vecteurs et les objets géométriques qui organisent leur dynamique sont encore mal compris, et en particuliers leurs propriétés de finitude. Mes projets s'organisent autour de cette problématique. En particulier :

- Avec F. Sanz et P. Speissegger, nous avons montré qu'en dimension 3, on retrouvait pour les systèmes d'EDO affines définissables une dichotomie enlacé/séparé analogue à celle qui structure les pinceaux des champs analytiques de $\mathbb{R}^3$. Peut-on obtenir des résultats similaires en dimension supérieure ? En traitant le cas des systèmes de 3 EDOs – correspondant donc à des champs de $\mathbb{R}^4$ – analytiques affines, nous avons rencontré des phénomènes nouveaux du point de vue de la o-minimalité ; il peut apparaître des feuilletages en 2-surfaces invariantes, chacune o-minimale mais deux-à-deux incompatibles, et telles que la structure engendrée par trois solutions appartenant à des feuilles différentes du feuilletage n'est jamais o-minimale alors que celle engendrée par deux solutions l'est toujours. Ce cas nous pousse à travailler à une définition générale de l'enlacement basé en dimension n sur le comportement des $(n-1)$-uplets de trajectoires génériques. Une bonne définition devrait nous permettre de retrouver la dichotomie enlacé/séparé, et nous conduire à prouver la o-minimalité de certain types de trajectoires.
- Avec M. Matusinski et F. Sanz (cf [60]), après avoir montré l'appartenance à un même corps de Hardy des couples de trajectoires d'un même pinceau séparé, nous essayons de comprendre ces pinceaux sous un angle formel. Deux telles solutions ayant entre elles un contact plat, le corps des transséries, étudié entre autre par van der Hoeven semble un bon espace formel pour incarner nos trajectoires. Il s'agit de classifier des *pinceaux transsériels* que l'on peut obtenir par développement en transséries des trajectoires de champs analytiques en fonction des invariants associés au champ. Une conséquence de ce travail pourrait être une interprétation de la classification en terme de *type définissable* (au sens de la théorie des modèles).
- Avec M. Raibaut, nous essayons de comprendre les liens existant entre espaces d'arcs et champs de vecteurs analytiques de $\mathbb{R}^3$. On peut en effet faire agir un champ de vecteur analytique ξ sur l'espace des arcs $P+\mathbb{R}[[x]]^3$ issus d'un point singulier P de ξ en interprétant

chaque arc comme un développement formel, et en remarquant que le développement $\widehat{c_t}$ d'une courbe c_t obtenue comme l'image d'une courbe c_0 par le flot de ξ en temps t ne dépend, à reparamétrisation près, que du développement $\widehat{c_0}$ de c_0. Le champ ξ induit donc un flot associé à un champ $\widehat{\xi}$ agissant sur l'espace des arcs issus de P.
Pour comprendre l'action de ces champs sur les arcs, un objectif serait de montrer la o-minimalité de la structure engendrée par une trajectoire de $\widehat{\xi}$ au-dessus du corps réel clos des séries de Puiseux dans un cas où ξ admet un pinceau séparé.

3.4 K. KURDYKA

Singularités de champs de gradient et talweg. Il s'agit de poursuivre (en collaboration avec O. Le Gal) l'étude du flot du gradient de fonctions analytiques ou plus généralement des fonctions définissables. L'objectif serait de décrire les bassins d'attractions (globaux). Le rôle des talwegs (lignes de crêtes et de vallées) semble crucial. Cette question est importante dans de nombreux domaines. Comme consequence, on peut envisager, par exemple, des applications à l'inégalité dite de Kurdyka-Łojasiewicz dans la méthode de descente en optimisation. Une autre direction de recherche concerne le gradient horizontal (en présence d'une distribution non-holonome). On sait (cf [17] et [44]) que pour un potentiel générique f les trajectoires du gradient horizontal ont des limites lorsqu'ils approchent l'ensemble des points critiques V_f de f. L'ensemble V_f est une courbe lisse (dans le cas contact) et une surface lisse (dans le cas Engel). Le flot du gradient agit entre les composantes connexes de V_f. Cette action pourra donner des invariants des structures de contact ou d'Engel.

Fonctions arc-analytiques et fonctions rationelles continues. Le problème de la désingularisation des fonctions reste ouvert même en dimension 3, en dépit d'un progrès récent fait dans [26]. Certains aspects des fonctions arc-analytiques semi-algébriques sont intéressants pour la théorie des fonctions rationelles continues introduite recemment par J. Kollar, et dévellopée avec Ch. Fefferman. Ces auteurs ont montré que si une équation linéaire à coéfficients polynomiaux admet une solution continue alors elle admet une solution semi-algébrique continue. On peut penser que la solution semi-algébrique est en fait arc-analytique.

Singularites a l'infini des applications polynomiales Je voudrais déveloper des aspects effectifs du travail récent [23], dans lequel nous avons donné le premier algorithme de calcul des valeurs critiques asymptotiques. Cet algorithme a été testé avec des logiciels de calcul formel. La méthode de [23] utlise l'espace des arcs tronqués et potentiellement pourra s'appliquer dans le projet de M.Raibaut sur les invariants motiviques des singularités à l'infini dans le cadre réel. Dans [16] nous avons donné une condition suffisante pour l'existence de composantes évanescentes des fibres d'un polynôme réel. Il est intéressant de comprendre les aspects qualitatifs de ces phénomènes (projet en commun avec O. Le Gal).

3.5 M. RAIBAUT

Ce projet s'articule autour de deux thèmes :

- **Intégration motivique et singularités de fonctions régulières.** A travers deux projets, Raibaut poursuit l'étude des singularités à l'infini d'un polynôme du point de vue motivique.
  Comparer les ensembles de bifurcation motiviques et topologiques, travail en collaboration avec P. Cassou-Noguès (Bordeaux). Pour une fonction polynomiale complexe donnée, il est naturel de comparer ces ensembles. Le premier est formé du discriminant de la fonction et des valeurs

admettant des cycles évanescents motiviques à l'infini et le deuxième est formé des valeurs en dehors desquelles la fonction est une fibration topologique localement triviale. Cette question est de nature profonde car elle touche directement la compréhension des liens entre les motifs et les invariants additifs et multiplicatifs.
Construire des invariants motiviques pour les singularités à l'infini dans le cadre réel. Ce projet de recherche s'articule avec des travaux antérieurs des membres du LAMA. G. Comte a défini avec G. Fichou (Rennes) une fibre de Milnor motivique réelle pour une fonction polynomiale. Il est alors naturel d'utiliser les idées de cette construction pour étudier du point de vue motivique les singularités à l'infini d'une fonction régulière dans le cadre réel et par exemple construire un ensemble de bifurcation motivique réel et le comparer avec l'ensemble de bifurcation topologique réel étudié par K. Kurdyka, P. Orro et S. Simon.
- **Analyse microlocale dans le cadre non archimédien.**
Construction de fronts d'ondes motiviques, travail en collaboration avec R. Cluckers (Lille, Leuven) et F. Loeser (Paris) En utilisant l'intégration motivique de R. Cluckers et F. Loeser, le but du projet est de définir une notion de *front d'onde motivique* possédant les propriétés fonctorielles attendues, puis de montrer leur spécialisation sur les fronts d'ondes p-adiques D. B. Heifetz et par exemple obtenir des théorèmes d'uniformité.

4 Rayonnement et attractivité académique

4.1 Invitation à des manifestations scientifiques.

4.1.1 F. BIHAN

Outre 12 exposés dans des séminaires locaux depuis 2009 :
- Participation à la conférence "Real algebraic Geometry" (en l'honneur de Michel Coste, Louis Mahé et Marie-Françoise Roy), 20-24 juin 2011, Université de Rennes 1, France.
- Participation au workshop "Tropical Geometry", 12-16 décembre 2011, CIEM (International Centre for Mathematical meetings), Castro Urdiales, Espagne.
- Exposé à la conférence internationale "Algebra and Geometry" (65 ans de Askold G. Khovanskii), Moscou, 4-9 juin 2012.
- Participation à la conférence "Geometry and topology of complex singularites, meeting GDR Singularities", CIRM, 15-19 avril 2013.
- Exposé à la conférence internationale MEGA 2013, Effective Methods in Algebraic Geometry, Frankfurt am Main, 3-7 juin 2013.
- Exposé à la conférence internationale "Complex-algebraic aspects of tropical geometry", 17-21 mars 2014, partie du semestre Thématique "Tropical geometry in its complex and symplectic aspects", janvier-juin 2014, Centre Interfacultaire Bernoulli, Lausanne, Suisse.
- Participation à la conférence "Moduli spaces of real and complex varieties", Angers, 2-6 juin 2014, partie du semestre thématique "Around Moduli Spaces", janvier-juin 2014, Centre de Mathématiques Henri Lebesgue.

4.1.2 G. COMTE

Outre 12 exposés donnés lors de séminaires locaux depuis 2009 :
- Exposé à la conférence "Singularités Réelles et Dynamique", Nice, 16-19 mai 2011.

- Participation à la conférence “Real algebraic geometry Conference” (en l’honneur de M.F. Coste-Roy, m. Coste, L. Mahé), Rennes, 20-24 June 2011.
- Participation à la conférence “o-Minimal Structures and real Analytic Geometry”, Fields Institute, Toronto, août 2011.
- Participation à la conférence “Number Theory, Algebraic Geometry and Model Theory” (conférence en l’honneur de J. Denef), CIRM, 12-16 sept. 2011.
- Exposé à la conférence “Convex and Integral Geometry”, Francfort, 26-30 septembre 2011.
- Exposé au workshop Additive invariants in real algebraic and analytic geometry, Nice, avril 2012.
- Exposé au séminaire GTM, Institut de Math de Jussieu, ENS Paris, Paris, avril 2012.
- Exposé à la conférence “Interactions of model theory with number theory and algebraic geometry”, Max Planck Institute, Bonn, juin 2012.
- Exposé au colloque “Géométrie et topologie des espaces singuliers”, CIRM Marseille, octobre 2012.
- Participation au workshop “Topology of real singularities and Motivic aspects”, M. F. Oberwolfach, oct. 2012.
- Exposé à la conférence “Model Theory and Applications to Geometry”, Lisbonne, Portugal, juillet 2013.
- Exposé à la conférence “Applications of o-Minimality to Analysis and Number Theory”, Passau, Allemagne, sept. 2013
- 2 cours lors de l’école d’été “Metric and Variational Structures in Singular Varietiés, Chambéry, septembre 2013.
- Exposé au séminaire du semestre “Model Theory, Arithmetic Geometry and Number Theory”, MSRI, Berkeley, avril 2014.
- Exposé au “Third International Workshop on Zeta Functions in Algebra and Geometry”, Mathematics Research Center, CIMAT, Guanajuto, Mexique, septembre 2014.

4.1.3 O. LE GAL

Outre 21 exposés donnés lors de séminaires locaux depuis 2009 :

- Exposé au colloque Singularités Réelles et Systèmes Dynamiques, Laboratoire Jean-Alexandre Dieudonné, Nice, mai 2011.
- Exposé au workshop “o-minimal Structures and Real Analytic Geometry Retrospective Workshop”, Fields institute, Toronto, août 2011.
- Exposé aux rencontres Marseille-Nice-Chambery, FRUMAM, février 2012.
- Exposé à la conférence Géométrie et Topologie des Espaces Singuliers, CIRM, novembre 2012.
- Exposé au workshop “Model Theory and Applications to Geometry”, Lisbonne, juillet 2013.
- Exposé au workshop Applications of O-Minimality to Analysis and Number Theory, Passau, septembre 2013.

4.1.4 K. KURDYKA

- exposé à au colloque “Cycles limites” Fields Institute, juin 2009.
- exposé séminaire de théorie des Modèles et Géométrie, Paris juin 2009.
- exposé au séminaire des singularités, Cracovie, janvier 2010.
- exposé à l’école d’hiver de la Géométrie Algébrique Complexe, Łodz, janvier 2010.

- exposé au séminaire de géométrie algébrique, Łodz juin 2010.
- exposé au colloque Géométrie algébrique réelle, Rennes juin 2011.
- exposé au colloque en l'honneur de H. Hironaka, Tordesillas septembre 2011.
- exposé au colloque Algebraic versus Analytic, Wien novembre 2011.
- exposé au séminaire de singularités, Marseille, mars 2012.
- exposé au colloque Additive invariants in real algebraic and analytic geometry, Nice avril 2012.
- exposé au colloque des Singularités, Lille mai 2012.
- exposé au mini symposium Continuous rational functions and related topics 6th European Congress of Mathematicians, Cracovie juillet 2012.
- exposé au colloque "Whitney Problems", Toronto aout 2012.
- exposé au colloque des Singularités l'honneur de D. Trotman, CIRM novembre 2012.
- exposé au séminaire des Singularités, VIASM Hanoi novembre 2012.
- exposé au colloque des Singularités, Sydney décembre 2012.
- exposé à l'école d'hiver de la Géométrie Algébrique Complexe, Łodz janvier 2013.
- exposé au séminaire de Géométrie, Politecnico Turin, octobre 2013.
- exposé à l'école d'hiver de la Géométrie Algébrique Complexe, Łodz janvier 2014.

4.1.5 F. PELLETIER

- Géométrie Algorithmique 2010, du 8-12 mars 2010 (CIRM).
- Geometric flows in finite or infinite dimension du 28 février-4 mars 2011 (CIRM).
- École d été "Géométrie Finslerienne" Samos Grèce 2-9 juin 2013.
- Congrès en l'honneur de De Leon, Madrid, 15-19 Décembre 2013.
- École d'été "Finsler geometry and applications" 9-17 avril 2014, Istanbul.
- Colloque en l'honneur de I. Babenko, 4-6 juin 2014, Montpellier.
- Géométrie e dynamiques des espaces de Finsler 16 au 20 juin 2014 (CIRM).
- XXXIII Workshop on Geometric Methods in Physics 29 juin-6 juillet 2014, Pologne.

4.1.6 M. RAIBAUT

Outre 16 exposés donnés lors de séminaires locaux depuis 2009 :

- Participation à la conférence, Model Theory in Geometry and arithmetic, MSRI, Berkeley, 12 Mai - 16 Mai, 2014, dans le cadre du semestre thématique " Model theory, arithmetic geometry and number theory ".
- Colloque "Real geometry and singularities", Rennes, 26-28 Mars, 2014.
- Séminaire "Number theory and Algebraic Geometry", Leuven, Belgique, 11 Décembre 2013.
- Participation à la rencontre "Algebra and Geometry and Topology of Singularities", La Cristalera, Miraflores de la Sierra, 9 - 13 Septembre, 2013.
- "Motivic invariants and singularities", Center of Mathematics at Notre Dame, 20 Mai - 7 Juin, 2013.
- Colloque "1st Franco-Japanese-Vietnamese Symposium on Singularities", Nice, 16-21 Septembre, 2013.
- Workshop : "Topology of Real Singularities and Motivic Aspects", MF Oberwolfach, 30 Septembre-6 Octobre, 2012.

- Participation à "Second International Conferences and Workshop on Valuation Theory", Segovia and El Escorial (Spain). 18-29 Juillet 2012.
- Rencontre Chambéry, Nice, Marseille, Marseille, 19 Février, 2012.
- Colloque "Géométrie algébrique et arithmétique : nouvelles tendances", IRMA, Strasbourg, 6 Février, 2012.
- Post-doctorat à l'Instituto de Matemática Interdisciplinar, à l'Université Complutense de Madrid 0ctobre 2011-Décembre 2011.
- Colloque "II Singular workshop in Zaragoza", Saragosse, Espagne,16-17 Décembre, 2011.
- Colloque"Algebraic versus Analytic Geometry" ESI - Vienne, Autriche, 19 Novembre-13 Décember, 2011.
- Seminaire de Geometrie Algébrique, Madrid, Espagne, 11 Novembre 2011.
- Participation à la conférence "Number Theory, Algebraic Geometry and Model Theory" (conférence en l'honneur de J. Denef), CIRM, 12-16 sept. 2011.
- Post-doctorat à l'Université Catholique de Leuven (Belgique) Septembre 2010 - Décembre 2010.
- Séminaire "Number theory and Algebraic Geometry", Leuven, Belgique, 13 Octobre 2010.
- Exposés dans le cadre du groupe de travail "cohomologie des groupes" à Leuven, 2010.
- Colloque "From Complex to Real singularities", Lille, 25-27 Mars, 2010.
- Colloque "Berkovich spaces, Motivic integration and Complex singularities", Lyon, 27-29 Janvier, 2010
- Exposé au groupe de travail "Cohomologie d'intersection" à Nice en 2009.

4.1.7 P. ORRO

- 2012 : Colloque singularités en l'honneur de David Trotman, CIRM Luminy, 29 octobre-2 novembre, exposé sur "Du tumulus au gradient horizontal".
- 2009 : Gradient flows and applications. Sopot, université de Gdansk, 19-25 juillet, exposé sur "Generic properties of horizontal gradient".

4.1.8 P. VEROVIC

- Colloque "Un tour d'horizon de la géométrie de Finsler", 31 août-4 septembre 2009, centre culturel La Baume (Aix-en-Provence, France), CITV (Colloque International de Théories Variationnelles).

4.2 Missions et séjours à l'étranger

4.2.1 F. BIHAN

- Participation à la conférence "Moduli spaces of real and complex varieties", Angers, 2-6 juin 2014, partie du semestre thématique "Around Moduli Spaces", janvier-juin 2014, Centre de Mathématiques Henri Lebesgue.
- Participation avec exposé à la conférence "Complex-algebraic aspects of tropical geometry", 17-21 mars 2014, partie du semestre Thématique "Tropical geometry in its complex and symplectic aspects", janvier-juin 2014, Centre Interfacultaire Bernoulli, Lausanne, Suisse.
- Participation avec exposé à la conférence MEGA 2013, Effective Methods in Algebraic Geometry, Frankfurt am Main, 3-7juin 2013.

- Participation avec exposé à la conférence "Algebra and Geometry" (65 ans de Askold G. Khovanskii), Moscou, 4-9 juin 2012.
- Participation au workshop "Tropical Geometry", 12-16 décembre 2011, CIEM (International Centre for Mathematical meetings), Castro Urdiales, Espagne.
- Participation à la conférence "Real algebraic Geometry" (en l'honneur de Michel Coste, Louis Mahé et Marie-Françoise Roy), 20-24 juin 2011, Université de Rennes 1, France.

4.2.2 G. COMTE

- "Third International Workshop on Zeta Functions in Algebra and Geometry", Mathematics Research Center, CIMAT, Guanajuto, Mexique, septembre 2014.
- MSRI Research Membership à l'occasion du semestre (20 Janvier 2014 - 23 May 2014) "Model Theory, Arithmetic Geometry and Number Theory", MSRI, Berkeley, CA.
- Invitation à l'ETH Zurich (une semaine en mars 2014).
- Conférence "Motivic invariants and singularities", Centre of Mathematics at Notre Dame, 20 Mai-7 Juin 2013.
- Mini-Workshop "Topology of Real Singularities and Motivic Aspects", MF Oberwolfach, 30 septembre-6 octobre 2012.
- Participation à la conférence "o-Minimal Structures and real Analytic Geometry", Fields Institute, Toronto, août 2011.
- Conférence "Convex and Integral Geometry", Francfort, 26-30 septembre 2011.
- Conférence "Interactions of model theory with number theory and algebraic geometry", Max Planck Institute, Bonn, juin 2012
- Workshop "Topology of real singularities and Motivic aspects", M. F. Oberwolfach, Oct. 2012.
- Conférence "Model Theory and Applications to Geometry", Lisbonne, Portugal, juillet 2013
- Conférence "Applications of o-Minimality to Analysis and Number Theory", Passau, Allemagne, septembre 2013.

4.2.3 O. LE GAL

- Université de McMaster (Hamilton, Canada), 28 octobre au 14 novembre 2013
- Université de Valladolid (Espagne), 9 decembre au 20 decembre 2013
- Workshop Applications of O-Minimality to Analysis and Number Theory, Passau, septembre 2013.
- Workshop "Model Theory and Applications to Geometry", Lisbonne, juillet 2013.
- Algebraic versus Analytic Geometry à l'ESI à Vienne (Autriche) du 19 novembre-13 décembre 2012.
- Université de Valladolid (Espagne), 23-27 mars 2012.
- Workshop "o-minimal Structures and Real Analytic Geometry Retrospective Workshop", Fields institute, Toronto, août 2011.
- Postdoctorat à l'université de Valladolid (Espagne) sous la direction de F. Sanz, 2010–2011, financé par le ministère de la recherche espagnol.

4.2.4 K. KURDYKA

- École d'hiver de la Géométrie Algébrique Complexe, Łodz janvier 2014.

- École d'hiver de la Géométrie Algébrique Complexe, Łodz janvier 2013.
- Délégation au CNRS, visites : Fields Institute Toronto (Canada), VIASM (Hanoi), The University of Sydney (2012).
- Mini symposium Continuous rational functions and related topics 6th European Congress of Mathematicians, Cracovie juillet 2012.
- Colloque Algebraic versus Analytic, Wien novembre 2011.
- Colloque en l'honneur de H. Hironaka, Tordesillas septembre 2011.
- Séminaire de géométrie algébrique, Łodz juin 2010.
- Séminaire des singularités, Cracovie, janvier 2010.
- École d'hiver de la Géométrie Algébrique Complexe, Łodz janvier 2010.
- Visite de 3 mois Fields Institute Toronto (Canada), 2009.

4.2.5 F. PELLETIER

- École d'été "Géométrie Finslerienne", Samos Grèce 2-9 juin 2013.
- Congrès en l'honneur de De Leon, Madrid, 15-19 Décembre 2013.
- École d'été "Finsler geometry and applications" 9-17 avril 2014, Istanbul.
- Colloque en l'honneur de I. Babenko, 4-6 juin 2014.
- XXXIII Workshop on Geometric Methods in Physics 29 juin-6 juillet 2014, Pologne

4.2.6 M. RAIBAUT

- Séminaire " Number theory and Algebraic Geometry ", Leuven, Belgique, 11 Décembre 2013.
- "Algebra and Geometry and Topology of Singularities", La Cristalera, Miraflores de la Sierra, 9-13 Septembre, 2013.
- "Motivic invariants and singularities", Center of Mathematics at Notre Dame, 20 Mai - 7 Juin, 2013
- "Second International Conferences and Workshop on Valuation Theory", Segovia and El Escorial (Spain), 18-29 Juillet 2012.
- Post-doctorat à l'Instituto de Matemática Interdisciplinar, à l'Université Complutense de Madrid 0ctobre 2011-Décembre 2011.
- Post-doctorat à l'Université Catholique de Leuven (Belgique) Septembre 2010-Décembre 2010.

4.2.7 P. VEROVIC

- Séjours en Suisse à l'université de Neuchâtel dans le cadre d'une collaboartion scientifique avec Bruno Colbois : avril, mai et juin des années 2011, 2012 et 2013.

4.3 Participation à des projets financés.

Outre les financements annuels de l'Université de Savoie sur appel à projet, les membres de l'équipe de géométrie sont/ont été financés par 4 ANR, on déposé deux demandes de projet ANR et font partie d'un GDR.

- Demande de financement **ANR Tropical Algebra and Geometry**, campagne 2014.
  Est associé à ce projet : F. Bihan

– Demande de financement **ANR DÉFIGÉO** (définissabilité en géométrie non archimédienne), campagne 2014.
Sont associés à ce projet : G. Comte, M. Raibaut
– **ANR Finsler**, porteur Athanase PAPADOPOULOS (IRMA Strasbourg) (2012-2016).
Sont associés à cette ANR : P. Verovic, F. Pelletier
– **ANR STAVVF**, porteur K. Kurdyka (2011-2015).
Sont associés à cette ANR : G. Comte, O. Le Gal, K. Kurdyka, S. Simon
– **ANR SIRE** "jeunes chercheurs" (SIngularités RÉelles), (2009-2012), porteur G. Fichou (Univ. de Rennes).
Sont associés à cette ANR : G. Comte, M. Raibaut
– **ANR IntMot** (INTégration MOTivique) (200-2010), porteur F. Loeser (IMJ)
Sont associés à cette ANR : G. Comte
– G. Comte est porteur du projet **SavoieMSRI** financé par l'université de Savoie (6000 euros de fonctionnement + 1 mois de professeur invité), 2013-2014.
– M. Raibaut a été porteur du projet **Intégration motivique** financé par l'université de Savoie (1000 euros de fonctionnement), 2012-2013.
– O. Le Gal a été porteur du projet **Structures o-Minimales et Équations différentielles** financé par l'université de Savoie (6000 euros de fonctionnement + 1 mois de professeur invité), 2011-2012.
– **GDR CNRS 2945 Singularités et Applications**, (http ://gdrsingularites.math.univangers.fr/).
Sont associés à ce GDR : F. Bihan, G. Comte, O. Le Gal, K. Kurdyka, P. Orro, M. Raibaut, S. Simon

4.4 Organisation ou co-organisation de colloques.

– G. Comte est membre du comité scientifique du workshop "Real geometry and singularities", Rennes, 26-28 mars 2014.
– Organisation par G. Comte et K.Kurdyka de l'école d'été : "Metric and variational structures in singular varieties", Chambéry, 23-27 septembre 2013.
– K. Kurdyka a été membre du Comité Scientifique du colloque Colloque de Singularités France-Japon-Vietnam, dans le cadre de GDR Singularités, Nice septembre 2013.
– G. Comte a été membre du comité scientifique du workshop "Topology of Real Singularities and Motivic Aspects", MF Oberwolfach, Oct. 2012.
– G. Comte a été membre du comité scientifique de la conférence "Géométrie et Topologie des Espaces Singuliers", CIRM Marseille, Oct. 2012.
– S. Simon a été membre du comité d'organisation de la conférence "Géométrie et Topologie des Espaces Singuliers", CIRM Marseille, Oct. 2012.
– K. Kurdyka a été organisateur d'un mini symposium "Continuous rational functions and related topics", 6th European Congres of Mathematicians, Krakow juillet 2012.
– K. Kurdyka a été membre du Comité Scientifique du colloque "Additive invariants in real algebraic and analytic geometry" Nice avril 2012.
– F. Pelletier a été co-organisateur d'une école de Recherche dans le cadre du CIMPA a Beyrouth sur la géométrie sous riemannienne en janvier 2012.
– K. Kurdyka a été membre du Comité Scientifique du colloque "singularités réelles et Systèmes Dynamiques", Nice mai 2011.
– P. Verovic a été co-organisateur du colloque "Geometric flows in finite or infinite dimension",

CIRM (Marseille), 28 février-4 mars 2011.
- K. Kurdyka et P. Orro ont été co-organisateurs du colloque Singularités et Géométrie Sous-Riemanienne en l'honneur de F. Pelletier, Chambéry, octobre 2010.
- K. Kurdyka a été membre du comité scientifique et co-organisateur du colloque "Gradient flows and applications" Sopot 2009.
- K. Kurdyka a été membre du comité scientifique et co-organisateur du colloque de GDR Singularités "Application of real singularities in Analysis" Rennes, 2009.
- K. Kurdyka a été co-organisateur et membre du Comité Scientifique de l'atelier Gradient flows and applications, Sopot Juillet 2009.
- K. Kurdyka a été co-organisateur et membre du Comité Scientifique du colloque Singularités Réelles dans le cadre de GDR Singularités Rennes octobre 2009.

4.5 Responsabilités éditoriales

K. Kurdyka est depuis janvier 2008 membre du Comité de Rédaction de revue *UNIVERSITATIS IAGELLONICAE ACTA MATHEMATICA*, Cracovie Pologne.

4.6 Responsabilités scientifiques internes au LAMA

- K. Kurdyka a été reponsable de l'équipe de Géométrie jusqu'en mars 2014.
- G. Comte est responsable de l'équipe Géométrie à partir de mars 2014.
- G. Comte est directeur adjoint laboratoire de Mathématiques de l'Université de Savoie (LAMA) à partir de mars 2014.
- F. Bihan a été responsable du séminaire de l'équipe de géométrie jusqu'en mars 2014.
- M. Raibaut est responsable du séminaire de l'équipe de géométrie depuis mars 2014.

4.7 Responsabilités scientifiques externes au LAMA

- G. Comte est membre du CNU25 (2011-2015).
- K. Kurdyka a été membre du conseil scientifique de l'université de Savoie entre 2005 et 2012.
- P. Orro est directeur de l'UFR Sciences Fondamentales et Appliquées de l'Université de Savoie depuis janvier 2011, membre du conseil et du bureau de cette UFR depuis 2002.

4.8 Invitations et accueil de chercheurs

- M. Safey (Paris) juin 2014, (2 semaines), juin 2014, sur invitation de K. Kurdyka.
- Z. Jelonek (Varsovie) (2 semaines), juin 2014, sur invitation de K. Kurdyka.
- R. Cluckers (Pr. Université de Louvain-CNRS Lille), juin 2014 (1 semaine) sur invitation de G. Comte.
- J. P. Rolin, T. Servi (Université de Bourgogne), juin 2014 (1 semaine) sur invitation de G. Comte.
- Y. Yin (IHES, Paris), juin 2014 (1 semaine) sur invitation de M. Raibaut.
- I. Halupczok (Prof. Univ. Leeds), juin 2014 (2 semaines) sur invitation "appel à projet" de l'Université de Savoie (porteur G. Comte).
- W. Kucharz (Krakow), juin 2014, (2 semaines), sur invitation de K. Kurdyka.
- J. Adamus (London, Ontario) mai 2014 (10 jours), sur invitation de K. Kurdyka.

- F. Sanz, (Prof. Univ. Valladolid), 1 mois en 2013 sur invitation “appel à projet” de l’Université de Savoie (porteur O. Le Gal).
- Y. Yin (IHES), novembre 2013, sur invitation de M. Raibaut.
- S. T. Dinh (Hanoi), septembre-novembre 2013, (6 semaines), sur invitation de K. Kurdyka.
- P. Speissegger (Prof. Université de McMaster, Canada) 10 jours en juin 2013, sur invitation d’O. Le Gal.
- L. Paunescu (Sydney), juin 2013, sur invitation de K. Kurdyka.
- Benjamin Nill, Senior Lecturer à l’université de Stockholm, une semaine en juin 2013, sur invitation de F. Bihan.
- A. Lenarcik et M. Masternak (Université de Kielce, Pologne), mai 2013 (2 semaines), sur invitation de K. Kurdyka.
- T. Fukui (Saitama), octobre 2012 (3 semaines), sur invitation de K. Kurdyka.
- W. Kucharz (Krakow), septembre 2012, (3 semaines), sur invitation de K. Kurdyka.
- J. P. Rolin et T. Servi (Université de Bourgogne, Dijon), 3 jours en mars 2012.
- S. Spodzieja (Lodz), juin 2012, sur invitation de K. Kurdyka.
- L. Paunescu (Sydney) juin 2011, sur invitation de K. Kurdyka.
- W. Kucharz (Krakow) novembre 2011 (3 semaines), sur invitation de K. Kurdyka.
- L. Paunescu, université de Sydney (Australie), sur invitation de K.Kurdyka, 3 semaines en juillet 2010, thème de la collaboration : désingularisation des familles de matrices symétriques.
- S. T. Dinh (Hanoi), octobre-novembre 2011 (4 semaines), sur invitation de K. Kurdyka.
- A. Benseghir, université de Setif (Algérie), sur invitation de F. Pelletier et L. Vuillon, 2 semaines en avril 2010. M. Bilski (Krakow) fevrier 2014, 10 jours, sur invitation de K. Kurdyka.
- A. Aib, de l’université de Setif (Algérie), sur invitation de F. Pelletier, 3 semaines en novembre-décembre 2009, financement univ de Setif.
- R. Saffidine, de l’université de Setif (Algérie), sur invitation de F. Pelletier, 3 semaines en novembre-décembre 2009, financement univ de Setif.
- V. Grandjean (The Fields Institute Toronto, Canada/ univ de Bath, UK), sur invitation de K. Kurdyka, 1 semaine en décembre 2009, financement équipe Géométrie.
- L. Paunescu (The Sydney University), sur invitation de K. Kurdyka, 1 mois (15/10-15/11/2009), prof invité UdS.
- Z. Jelonek (L’Academie de Sciences de Pologne, Varsovie), sur invitation de K. Kurdyka, 2 semaines en Novembre 2009, financement propre.

4.9 Interactions avec l’environnement social

- P. Orro a été membre du jury du concours Faites de la science, Savoie, 2012 et 2014.
- P. Orro a été coordinateur des interventions dans les lycées (semaine des mathématiques) avec les IA-IPR de mathématiques en 2014.
- G. Comte et P. Orro ont participé aux journées d’accueil des lycéens sur le campus du Bourget (2011, 2012, 2013, 2014).
- G. Comte, M. Raibaut et S. Simon ont accueilli des lycéens dans leur groupe de travaux dirigés.
- Dans le cadre de l’exposition grand public “Mathissime” à Chambéry (9/07-16/11/13) : conférence de G. Comte sur le thème “que disent les mathématiques ?”
- G. Comte a participé en tant que responsable de la première année de licence à l’encadrement d’un stage d’un élève de seconde au sein du laboratoire de mathématiques en 2012-2013.

- Conférence de M. Raibaut dans un lycée du département dans le cadre de la semaine des mathématiques.
- Participation à la Fête de la Science à Chambéry 12,13 octobre 2013 : animations autour du thème "quand je serai grand, je serai mathématicien", dans le cadre de l'exposition "Mathissime".
- P. Verovic a participé à la tenue du stand de mathématique au Carré Curial à Chambéry lors de la Fête de la Science, du 9 au 13 octobre 2013.
- P. Orro a été coordinateur avec la Galerie Eurêka pour la participation du LAMA à l'exposition sur les mathématiques et à la fête de la science, Chambéry 2013.
- P. Orro a été membre du jury du concours CGenial collèges 2013, Académie de Grenoble.

4.10 Organisation de la vie scientifique de l'équipe

Séminaire hebdomadaire de l'équipe de géométrie du LAMA (annonces de séminaires communes avec l'équipe de Lyon 1) :

- **26 exposés de séminaire en 2013.** Orateurs des universités de Lille, Pau, École Polytechnique, Hanoi, Varsovie, Rennes 1, McMaster (Canada), Texas A& M University, Kielce University of Technology (Pologne), Lyon 1, Marseille, Jussieu, Brest, Pise (Italie), Valladolid (Espagne).
- **22 exposés de séminaire en 2012.** Orateurs des universités de Nice-Sophia Antipolis, Münster, Bourgogne, Jussieu, Rennes 1, Saitama (Japon), Bath (Angleterre), Cracovie, California at Santa Barbara, Lille, Tours, Paris-Est Créteil Val-de-Marne, Marseille, Lisbonne.
- **18 exposés de séminaire en 2011.** Orateurs des universités de Hanoi, Angers, Western Ontario (Canada), Academie des Sciences Polonaises, Autonome de Barcelone, Frankfurt, Padoue, Kumamoto (Japon).
- **19 exposés de séminaire en 2010.** Orateurs des universités de Bourgogne, Konstanz, Łodz, Cracovie, CMAP École Polytechnique, Jussieu, Academie des Sciences Polonaises, Jussieu, Lyon, Galway, Bâle, Grenoble, Strasbourg.
- **19 exposés de séminaire en 2009.** Orateurs des universités de Grenoble, Konstanz, Montpellier, Jussieu, Marseille, Académie des Sciences de Pologne, Hamburg, Nice-Sophia Antipolis, Fribourg, Lisbonne, Strasbourg, Dijon.

Groupe de travail de l'équipe de géométrie : 4 séances sur le thème "Intégration Motivique" (2012-2013).

4.11 Organisation de l'équipe

Les responsabilités au sein de l'équipe de géométrie se partagent ainsi dans le temps :

- La direction de l'équipe de géométrie a été assurée pr K. Kurdyka entre mars 2009 et mars 2014. Georges Comte assure la direction de l'équipe depuis mars 2014.
- Frédéric Bihan a été responsable de l'organisation du séminaire de 2009 à mars 2014. M. Raibaut est responsable du séminaire depuis mars 2014.

Des réunions des membres de l'équipe ont lieu régulièrement au cours de l'année afin d'aborder les questions de recrutement, de budget et d'activités scientifiques.

4.12 Implication dans la formation pour la recherche

4.12.1 Cours de niveau recherche

- G. Comte a donné un cours pour doctorants à l'Université J. Fourier de Grenoble : géométrie algébrique (30 heures, 2013).
- G. Comte a donné un cours de 3h dans le cadre de l'école d'été “Metric and Variational Structures in Singular Varietiies”, Chambéry, septembre 2013.
- K. Kurdyka a donné un cours de 3h dans le cadre de l'école d'été “Metric and Variational Structures in Singular Varietiies”, Chambéry, septembre 2013.
- F. Pelletier a été co-organisateur d'une école de recherche dans le cadre du CIMPA à Beyrouth sur la géométrie sous-riemannienne en janvier 2012.
- G. Comte et K. Kurdyka ont donné un cours pour doctorants à l'Université J. Fourier de Grenoble : géométrie o-minimale (12 heures, 2011)
  - K. Kurdyka a donné un cours à l'école d'hiver “Structures o-minimales et géométrie analytique réelle”, Fields Institute 2009.

4.12.2 Encadrement Master et encadrement M2

- G. Comte a dirigé le mémoire de M2 d'un étudiant de P7, P. Villemot, au second semestre 2013-2014.
- M. Raibaut a encadré deux stages d'initiations à la recherche d'élèves de l'ENS Lyon : M. Szusterman (L3) et C. Wojcik (M1) en 2013.
- F. Bihan a encadré le stage de Master 2 recherche, de M. A. Obeid, Université libanaise de Beyrouth, sur le thème “Géométrie des variétés creuses” (avril-mai 2013).
- F. Bihan a encadré le stage de Master 2 recherche de B. El Hilany, Université libanaise de Beyrouth., sur le thème “Courbes tropicales et amibes” (avril-mai 2013). À noter que B. El Hilany poursuit actuellement une thèse sous la direction de F. Bihan depuis novembre 2013.
- F. Bihan a encadré encadré en juin-juillet 2013 le stage de recherche d'un étudiant de L3 mathématiques de L'ENS Lyon sur le sujet ”Théorie d'Ehrhart et points entiers dans les polytopes convexes”.

4.12.3 Encadrement doctoral et post-doctoral

- F. Bihan dirige la thèse : B. El Hilany, ”Géométrie tropicale et systèmes polynomiaux”, débutée en novembre 2013.
- K. Kurdyka a dirigé la thèse M. Michalska (en co-tutelle avec S. Spodzieja de l'Université de Łodz). La thèse a été soutenue en novembre 2011. M. Michalska a publié 3 articles à partir de sa thèse, elle est actuellement MCF l'Université de Łodz.
- K. Kurdyka et O. Le Gal ont encadré le post-doc S. Randriambololona, septembre 2012-août 2013.

4.12.4 Participation à des jurys de thèse

- K. Kurdyka a été rapporteur de la thèse de N. T. Bich Thuy, “Etude de certain ensembles singuliers associés a une application polynomiale”, 30 septembre 2013, Lille, directeur J-P. Brasselet.

- G. Comte a été membre du jury de la thèse de S. Trivedi (Université d'Aix-Marseille, juin 2013).
- G. Comte a été membre du jury de la thèse F. Priziac (Université de Rennes 1, nov. 2012).
- K. Kurdyka a été rapporteur de la thèse de Ying Chen, "Ensemble de bifurcation des polynômes mixtes et polyèdre de Newton", 28 septembre 2012, Lille, directeur M. Tibar.
- O. Le Gal a participé au jury de thèse de F. Michalska, intitulée "Élimination des quantificateurs dans le cadre quasi-analytique", soutenue à Dijon en juin 2012.
- K. Kurdyka a été rapporteur de la thèse d'habilitation de A. Rainer (Université de Vienne, Autriche), septembre 2012,
- O. Le Gal a participé au jury de thèse de R. M. Villaverde, intitulée "Local monomialization of generalized real analytic functions", soutenue à Dijon en déc. 2011.
- G. Comte et K. Kurdyka ont été membres du jury de la thèse d'habilitation de F. Bihan (Université de Savoie), soutenue en décembre 2011.
- G. Comte a été membre du jury de la thèse M. Michalska (université de Łodz, nov. 2011).
- F. Bihan a été membre du jury de thèse de S. Al Khatib, soutenue en mai 2010 à l'Université de Nice-Sophia Antipolis, titre "Composition de Schur-Szego de polynômes en une variable", directeur de thèse : V. Kostov.

4.13 Habilitation à diriger des Recherches

F. Bihan a soutenu son habilitation à Diriger des Recherches en décembre 2011 à l'Université de Savoie. Titre du mémoire "Topologie des variétés creuses".

5 ANNEXE A : Membres de l'équipe

- **Chercheurs, enseignants-chercheurs :**
  Frédéric Bihan (MdC, habilité depuis décembre 2011)
  Georges Comte (Pr, directeur adjoint du laboratoire et responsable d'équipe depuis mars 2014)
  Krzysztof Kurdyka (Pr, responsable d'équipe jusqu'à mars 2014)
  Olivier Le Gal (MdC)
  Patrice Orro (Pr, directeur d'UFR)
  Michel Raibaut (MdC)
  Stéphane Simon (MdC)
  Patrick Verovick (MdC)
- **Professeur émérite :**
  Fernand Pelletier
- **Doctorants et post-doctorants :**
  M. Michalska (thèse en cotutelle avec l'université de Łodz, soutenue le 30 nov. 2011, directeur K. Kurdyka)
  B. El Hilany (en thèse avec F. Bihan depuis nov. 2013)
  S. Randriambololona (Post-doctorant sur le contrat ANR STAVVF, sept. 2012-août 2013)
- **Arrivées depuis 2010 :**
  G. Comte (Pr, sept. 2010)

O. Le Gal (MdC, sept. 2011)
M. Raibaut (MdC, sept. 2012)

– **Départ depuis 2010 :**
M. Decauwert (MdC) partie à la retraite en 2010
F. Mangolte (MdC) nommé professeur au LAREMA (Université d'Angers) en 2010
F. Pelletier (Pr) parti à la retraite en 2010

6 ANNEXE B : Références bibliographiques

6.1 Publications dans des revues internationales avec comité de lecture

Publications dans des revues internationales avec comité de lecture

[1] Barthelmé, T., Colbois, B., Crampon, M., Verovic, P. Laplacian and spectral gap in regular hilbert geometries. *À paraître dans Tohoku Mathematical Journal* (2014).

[2] Bertrand, B., Bihan, F. Intersection multiplicity numbers between tropical hypersurfaces. In *Algebraic and combinatorial aspects of tropical geometry*, vol. 589 of *Contemp. Math.* Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2013, pp. 1–19.

[3] Bihan, F. Extremal polynomial systems supported on circuits. *À paraître dans Journal of Symbolic Computation* (2014).

[4] Bihan, F., Rojas, J. M., Stella, C. E. Faster real feasibility via circuit discriminants. In *ISSAC 2009—Proceedings of the 2009 International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation.* ACM, New York, 2009, pp. 39–46.

[5] Bihan, F., Sottile, F. Betti number bounds for fewnomial hypersurfaces via stratified Morse theory. *Proc. Amer. Math. Soc. 137*, 9 (2009), 2825–2833.

[6] Bihan, F., Sottile, F. Fewnomial bounds for completely mixed polynomial systems. *Adv. Geom. 11*, 3 (2011), 541–556.

[7] Cabau, P., Pelletier, F. Almost Lie structures on an anchored Banach bundle. *J. Geom. Phys. 62*, 11 (2012), 2147–2169.

[8] Cluckers, R., Comte, G., Loeser, F. Lipschitz continuity properties for p-adic semi-algebraic and subanalytic functions. *Geom. Funct. Anal. 20*, 1 (2010), 68–87.

[9] Cluckers, R., Comte, G., Loeser, F. Local metric properties and regular stratifications of p-adic definable sets. *Comment. Math. Helv. 87*, 4 (2012), 963–1009.

[10] Colbois, B., Newberger, F., Verovic, P. Some smooth Finsler deformations of hyperbolic surfaces. *Ann. Global Anal. Geom. 35*, 2 (2009), 191–226.

[11] Colbois, B., Vernicos, C., Verovic, P. Hilbert geometry for convex polygonal domains. *J. Geom. 100*, 1-2 (2011), 37–64.

[12] Colbois, B., Verovic, P. Hilbert domains that admit a quasi-isometric embedding into Euclidean space. *Adv. Geom. 11*, 3 (2011), 465–470.

[13] Colbois, B., Verovic, P. Two properties of volume growth entropy in hilbert geometry. *À paraître dans Geometriae Dedicata* (2014).

[14] Comte, G., Fichou, G. Grothendieck ring of semialgebraic formulas and motivic real Milnor fibre. *À paraître dans Geometry and Topology* (2014), 34 pages.

[15] Comte, G., Yomdin, Y. Rotation of trajectories of Lipschitz vector fields. *J. Differential Geom. 81*, 3 (2009), 601–630.

[16] Dinh, S. T., Kurdyka, K., Le Gal, O. Ł ojasiewicz inequality on non-compact domains and singularities at infinity. *Internat. J. Math. 24*, 10 (2013), 1350079, 8.

[17] Dinh, S. T., Kurdyka, K., Orro, P. Gradient horizontal de fonctions polynomiales. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 59*, 5 (2009), 1999–2042.

[18] Farah, F., Pelletier, F. Étude géométrique intrinsèque des extrémales d'un lagrangien non-holonome et optimalité. *Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie (N.S.) 53(101)*, 4 (2010), 329–361.

[19] Fischer, A., Kurdyka, K. Subanalytic blow-C^m functions. *Proc. Amer. Math. Soc. 137*, 7 (2009), 2285–2291.

[20] Friedman, H., Kurdyka, K., Miller, C., Speissegger, P. Expansions of the real field by open sets : definability versus interpretability. *J. Symbolic Logic 75*, 4 (2010), 1311–1325.

[21] Fukui, T., Kurdyka, K., Paunescu, L. Tame nonsmooth inverse mapping theorems. *SIAM J. Optim. 20*, 3 (2009), 1573–1590.

[22] Jakubczyk, B., Kryński, W., Pelletier, F. Characteristic vector fields of generic distributions of corank 2. *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire 26*, 1 (2009), 23–38.

[23] Jelonek, Z., Kurdyka, K. Reaching generalized critical values of a polynomial. *Math. Z. 276*, 1-2 (2014), 557–570.

[24] Kucharz, W., Kurdyka, K. Complexification of algebraic models of smooth manifolds. *J. Lond. Math. Soc. (2) 84*, 2 (2011), 325–343.

[25] Kurdyka, K., Michalska, M., Spodzieja, S. Stability of algebras of bounded polynomials. *À paraître dans Advances in Geometry* (2014).

[26] Kurdyka, K., Parusiński, A. On the non-analyticity locus of an arc-analytic function. *J. Algebraic Geom. 21*, 1 (2012), 61–75.

[27] Kurdyka, K., Spodzieja, S. Separation of real algebraic sets and the łojasiewicz exponent. *À paraître dans Proc. Amer. Math. Soc.* (2014).

[28] Lathuille, A., Pelletier, F. On Sussmann theorem for orbits of sets of vector fields on Banach manifolds. *Bull. Sci. Math. 136*, 5 (2012), 579–616.

[29] Le Gal, O. A generic condition implying o-minimality for restricted C^∞-functions. *Ann. Fac. Sci. Toulouse Math. (6) 19*, 3-4 (2010), 479–492.

[30] Le Gal, O., Rolin, J.-P. An o-minimal structure which does not admit C^∞ cellular decomposition. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 59*, 2 (2009), 543–562.

[31] Le Gal, O., Sanz, F., Speissegger, P. Non-interlaced solutions of 2-dimensional systems of linear ordinary differential equations. *Proc. Amer. Math. Soc. 141*, 7 (2013), 2429–2438.

[32] Orro, P., Trotman, D. Regularity of the transverse intersection of two regular stratifications. In *Real and complex singularities*, vol. 380 of *London Math. Soc. Lecture Note Ser.* Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2010, pp. 298–304.

[33] Pelletier, F. Espace de configuration d'un système mécanique et tours de fibrés associées à un multi-drapeau spécial. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris 350*, 1-2 (2012), 71–76.

[34] Pelletier, F. Integrability of weak distributions on Banach manifolds. *Indag. Math. (N.S.) 23*, 3 (2012), 214–242.

[35] Pelletier, F., Saffidine, R. Snakes and articulated arms in an Hilbert space. *Ann. Fac. Sci. Toulouse Math. (6) 22*, 3 (2013), 525–557.

[36] Pelletier, F., Slayman, M. Articulated arm and special multi-flags. *JMSAA 8* (2011), 9–41.

[37] Raibaut, M. Fibre de Milnor motivique à l'infini. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris 348*, 7-8 (2010), 419–422.

[38] Raibaut, M. Fibre de Milnor motivique à l'infini et composition avec un polynôme non dégénéré. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 62*, 5 (2012), 1943–1981.

[39] Raibaut, M. Motivic Milnor fibers of a rational function. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris 350*, 9-10 (2012), 519–524.

[40] Raibaut, M. Singularités à l'infini et intégration motivique. *Bull. Soc. Math. France 140*, 1 (2012), 51–100.

[41] Raibaut, M. Motivic Milnor fibers of a rational function. *Rev. Mat. Complut. 26*, 2 (2013), 705–734.

[42] Slayman, M., Pelletier, F. Articulated arm and special multi-flags. *J. Math. Sci. Adv. Appl. 8*, 1 (2011), 9–41.

6.2 Articles soumis dans des revues internationales avec comité de lecture

Articles soumis

[43] Comte, G. Deformation of singularities and additive invariants. *arXiv :1310.8050* (2013), 38 pages.

[44] Dinh, S. T., Kurdyka, K. Horizontal gradient of polynomial functions for the standard Engel structure on $\mathbb{R}^4$.

[45] Le Gal, O., Sanz, F., Speissegger, P. Trajectories in interlaced integral pencils of 3-dimensional analytic vector fields are o-minimal. *arXiv :1310.2225* (2013), 25 pages.

[46] Kurdyka, K. Analytic arcs and real analytic singularities. *Soumis à Panorama et Synthèses, SMF*

[47] Kucharz, W., Kurdyka, K. Stratified-algebraic vector bundles. 50 pages.

[48] Kurdyka, K., Osinska-Ulrych, B., Skalski, G., Spodzieja S. Sum of squares and the Łojasiewicz exponent at infinity.

[49] Kurdyka, K., Spodzieja, S. Convexing polynomials and SOS approximation.

[50] Kurdyka, K., Spodzieja, S., Szlachcinska, A. Metric properties of semialgebraic mappings.

[51] Pelletier, F., Slayman, M. Configurations of an Articulated Arm and Singularities of Special Multi-Flags. *Soumis à SIGMA*

[52] Randriambololona, S. Two remarks on polynomially bounded reducts of the restricted analytic field with exponentiation. *Soumis à Nagoya Mathematical Journal*

6.3 Articles en préparation

Articles en préparation

[53] Cabau, P., Pelletier, F. Integrability on Direct Limit Banach manifolds.

[54] Bihan, F. A discrete mixed volume and tropical polynomial systems.

[55] Bihan, F., Dickenstein, A. Descartes' rule of signs for polynomials systems supported on circuits.

[56] Cano, F., Le Gal, O., Sanz, F. Realization of formal invariant curves.

[57] Cluckers, R., Comte, G., Loeser F. Non-archimedian Yomdin-Gromov parametrizations and points of bounded height. (2014), 50 pages.

[58] Cluckers, R., Comte, G., Miller D., Rolin, J. P., Servi, T. Integration of exponential and subanalytic functions.

[59] Fukui, T., Kurdyka, K., Parusinski, A. Lipschitz properties of blow-analytic homeomorphisms.

[60] Le Gal, O., Matusinski, M., Sanz, F. Hardy fields in separated pencils.

[61] Kurdyka, K., Paunescu, L. Nuij type pencils of hyperbolic polynomials.

[62] Orro, P., Du tumulus au gradient horizontal. *Survey* (2014).

[63] Pelletier, F. Lie structures on foliated anchored bundle prolongations and application to Partial Finsler geometry.

[64] Pelletier, F., Saffidine, R. Möbius transformation and configuration space of an Hilbert snake.