Journée de l'AS “Géométrie discrète”.

Mesures géométriques sur des surfaces nD

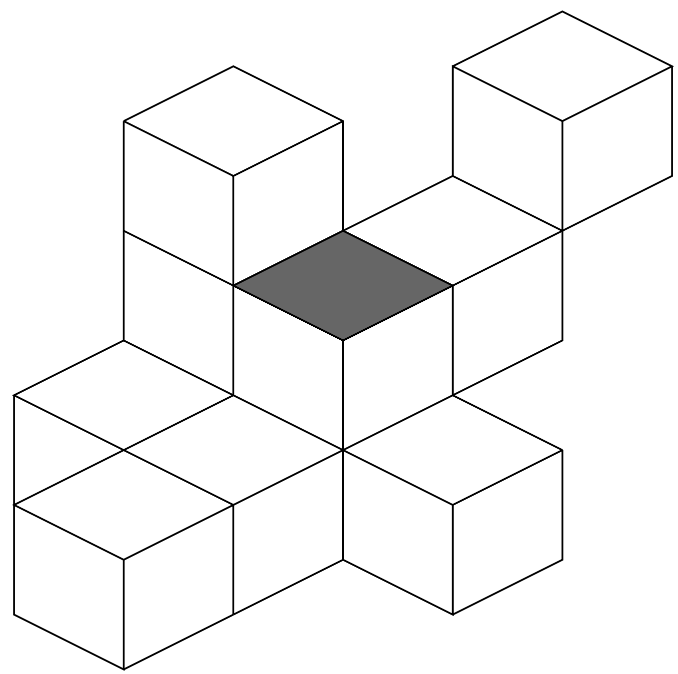
Jacques-Olivier Lachaud, Anne Vialard

LaBRI - Laboratoire Bordelais de Recherche en Informatique

Un exemple 3D...

Comment calculer la normale en un point de la surface ?
Lenoir, Tellier / Debled-Renesson, Coeurjolly

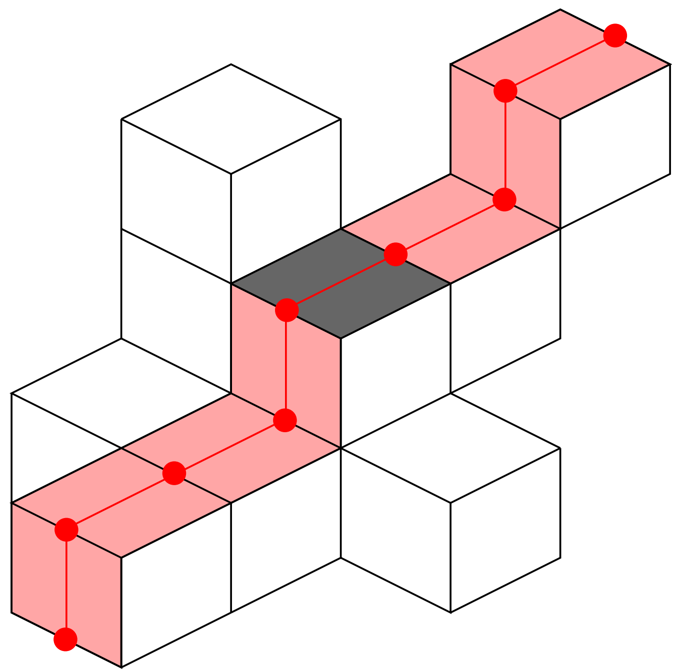
1) Un élément de frontière $\Rightarrow$deux contours 2D 4-connexes



Un exemple 3D...

Comment calculer la normale en un point de la surface ?
Lenoir, Tellier / Debled-Renesson, Coeurjolly

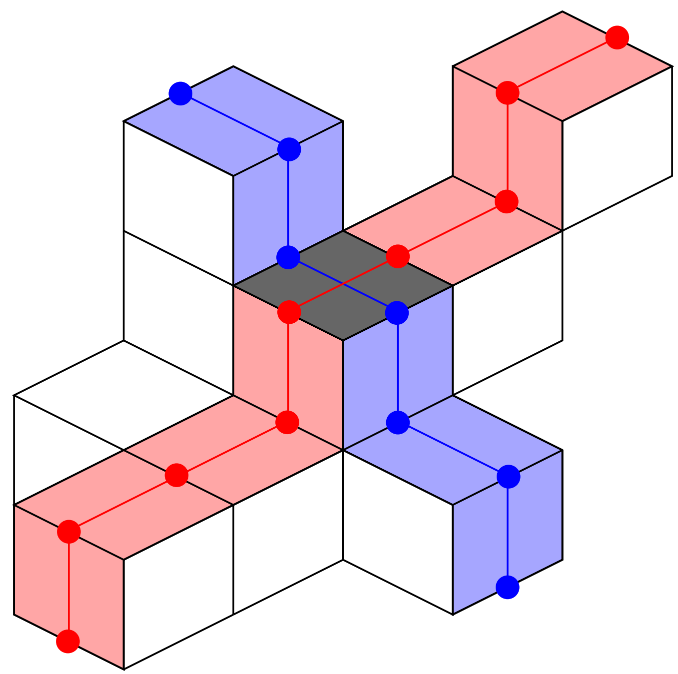
1) Un élément de frontière $\Rightarrow$deux contours 2D 4-connexes



Un exemple 3D...

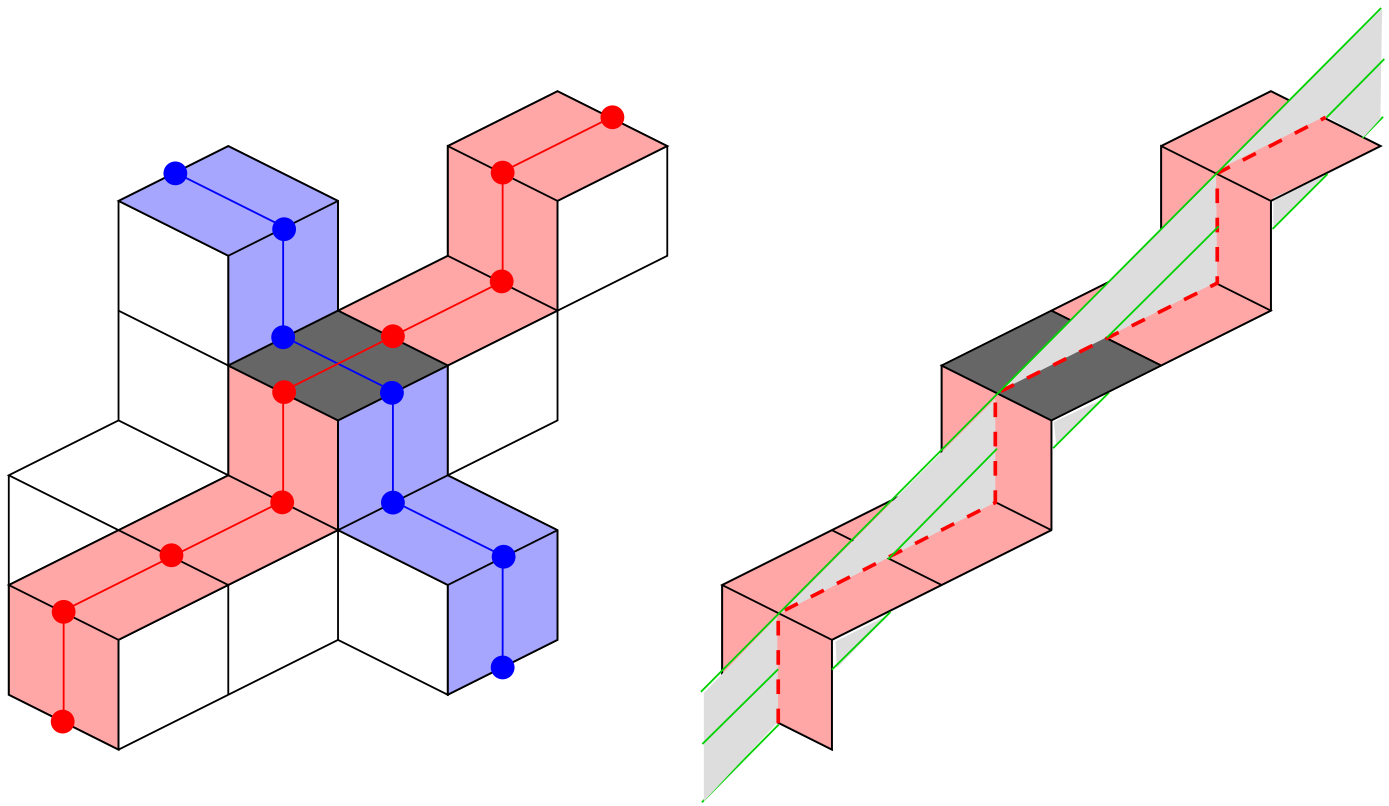
Comment calculer la normale en un point de la surface ?
Lenoir, Tellier / Debled-Renesson, Coeurjolly

1) Un élément de frontière $\Rightarrow$deux contours 2D 4-connexes



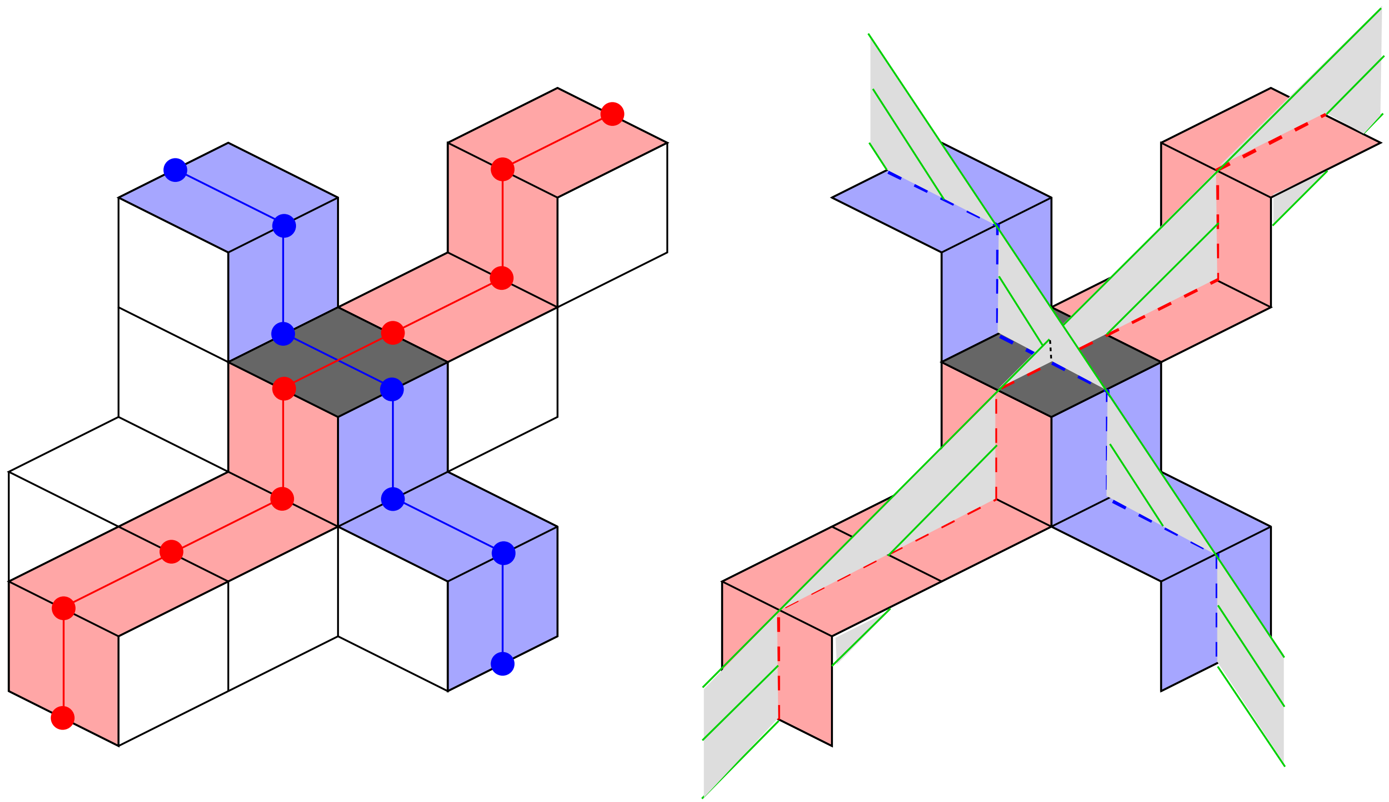
Un exemple 3D...

2) Calcul de la tangente sur chaque contour 2D



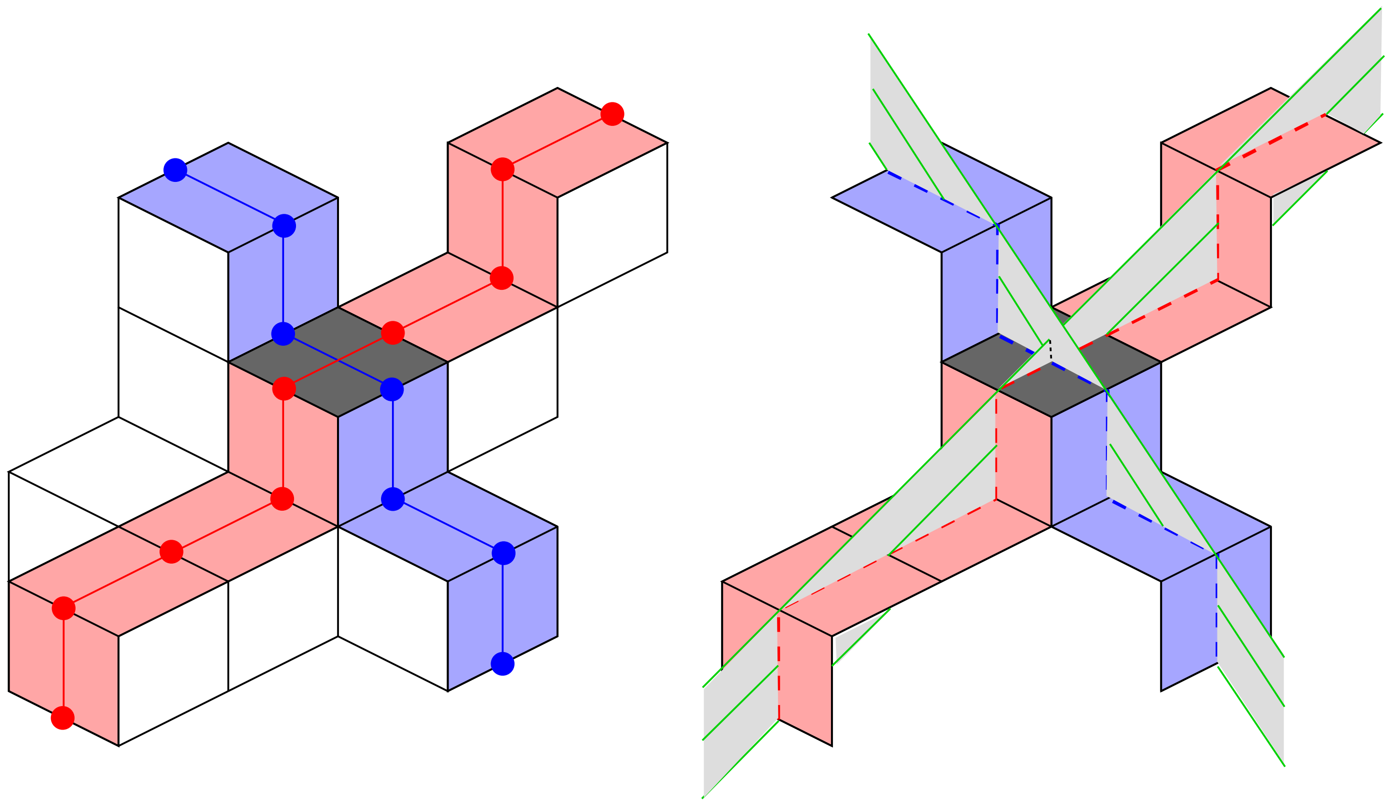
Un exemple 3D...

2) Calcul de la tangente sur chaque contour 2D



Un exemple 3D...

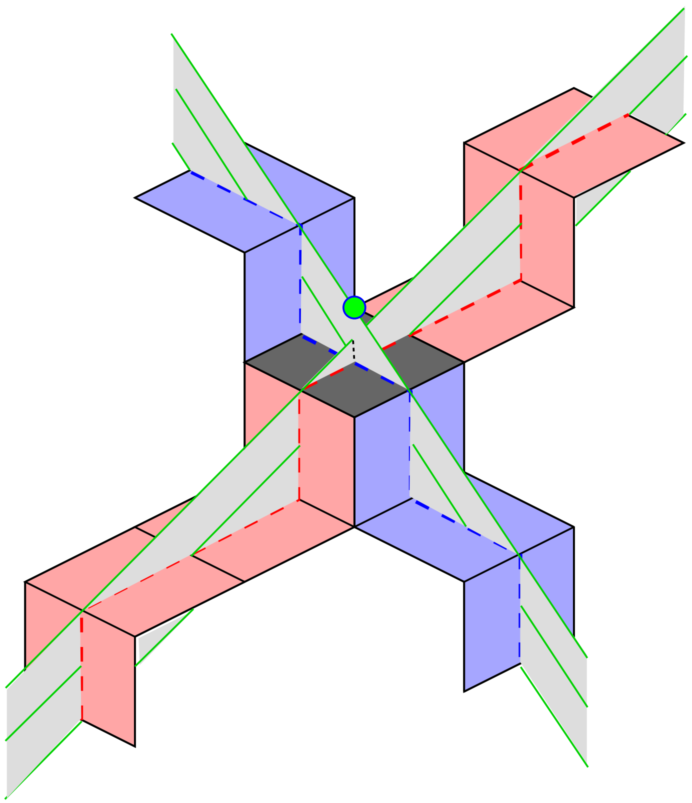
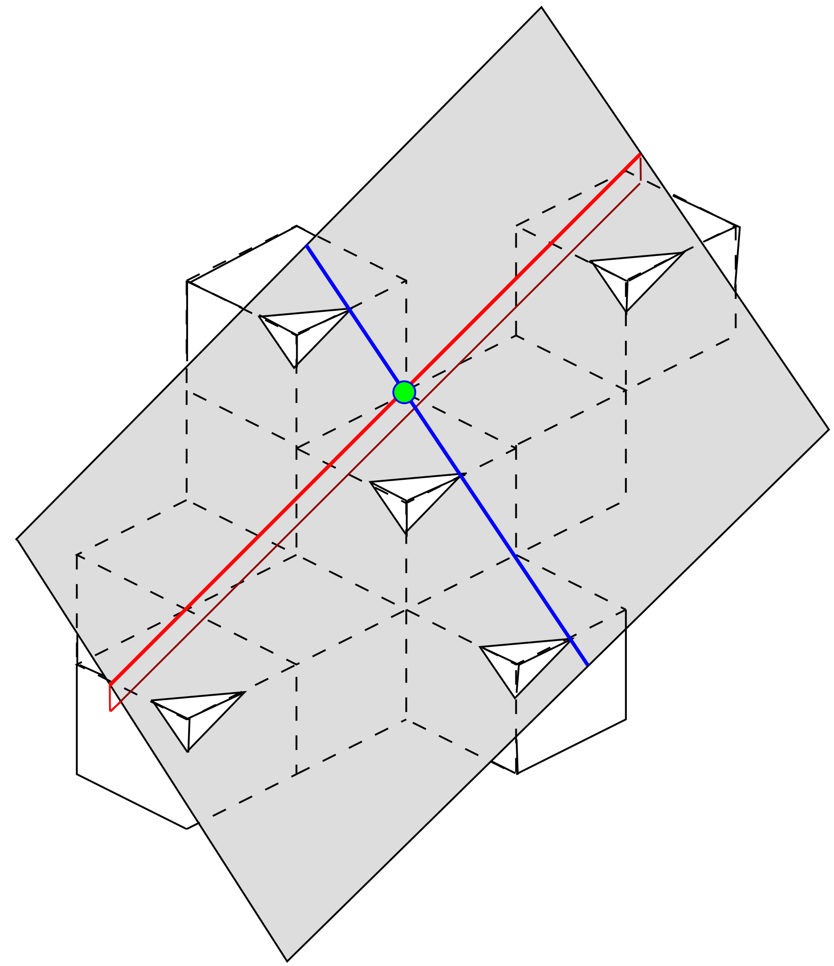
2) Calcul de la tangente sur chaque contour 2D



Directions des 2 tangentes ⇒vecteur normal à la surface

Un exemple 3D...

3) Définition d’un plan tangent

Surface digitale nD

Décomposition cellulaire de $\mathbb{R}^n$ en une grille régulière

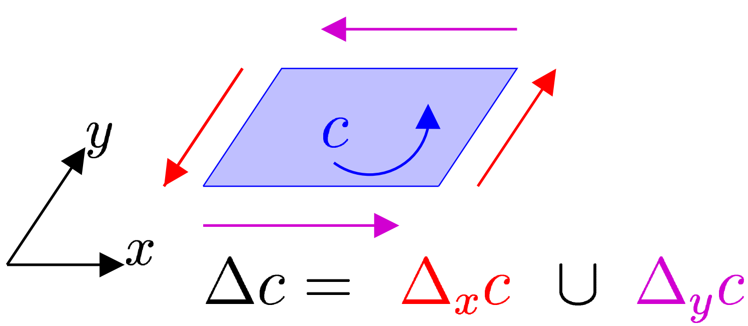
Cellules orientées

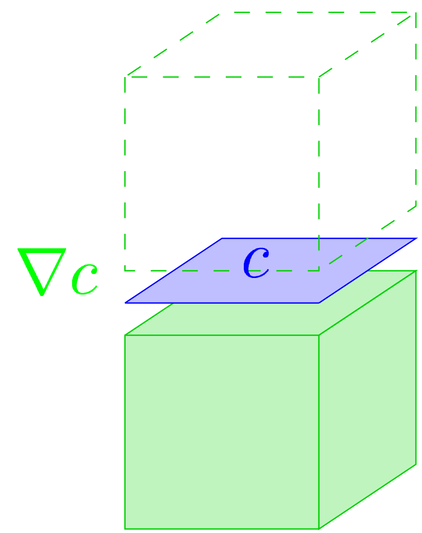
Surfel : cellule de dimension $n-1$

Bel : surfel frontière

$$\partial O = \bigcup \Delta + p, p \in O$$

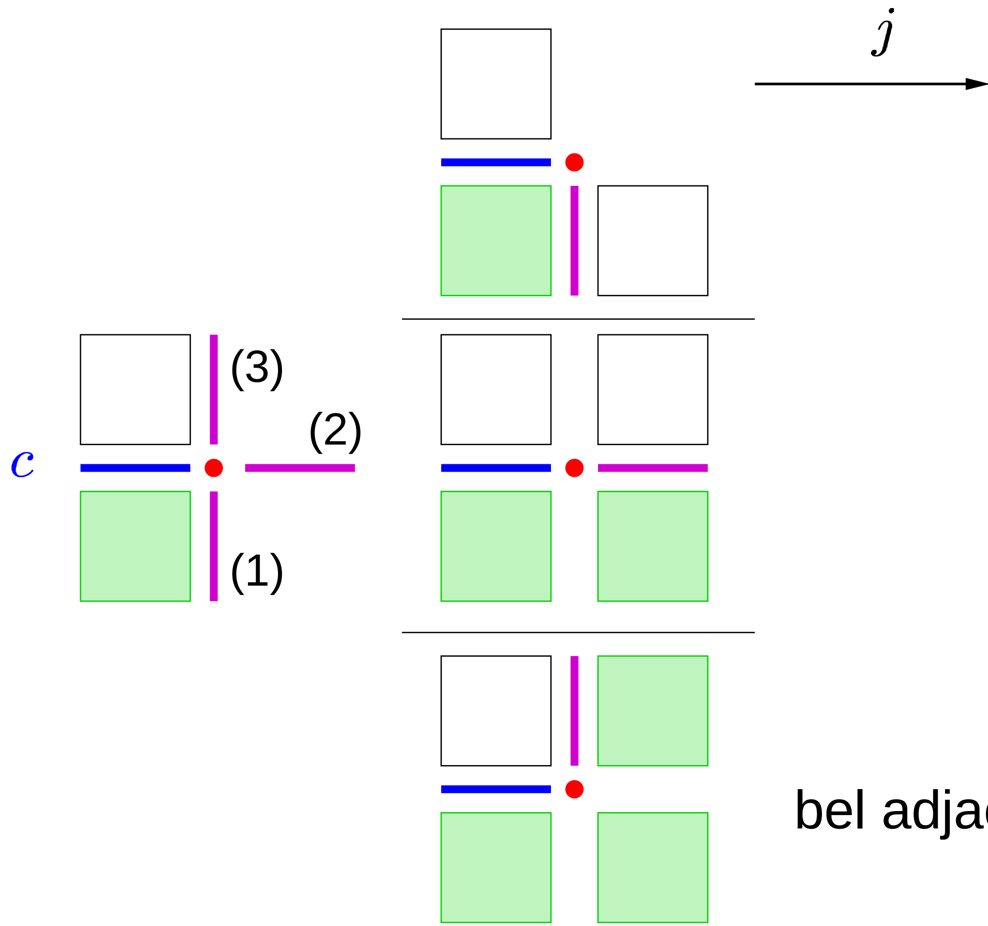
Bord et cobord :

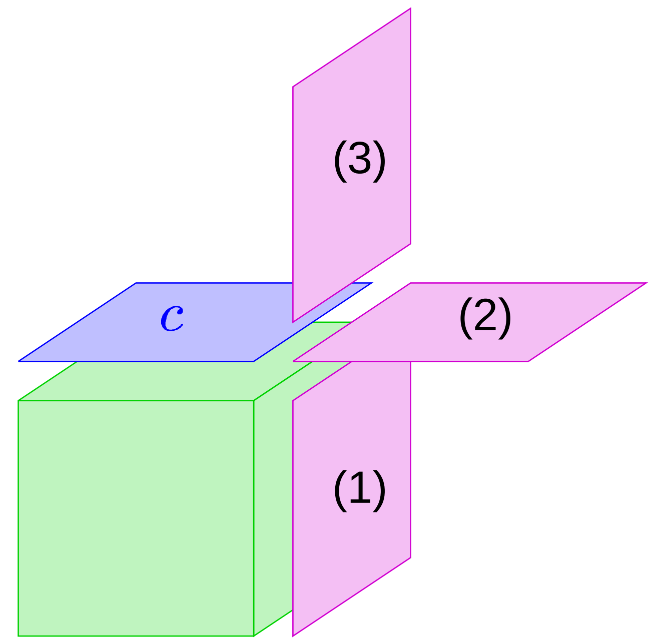




Suivi de surface

Suivants directs d'un bel suivant la coordonnée j



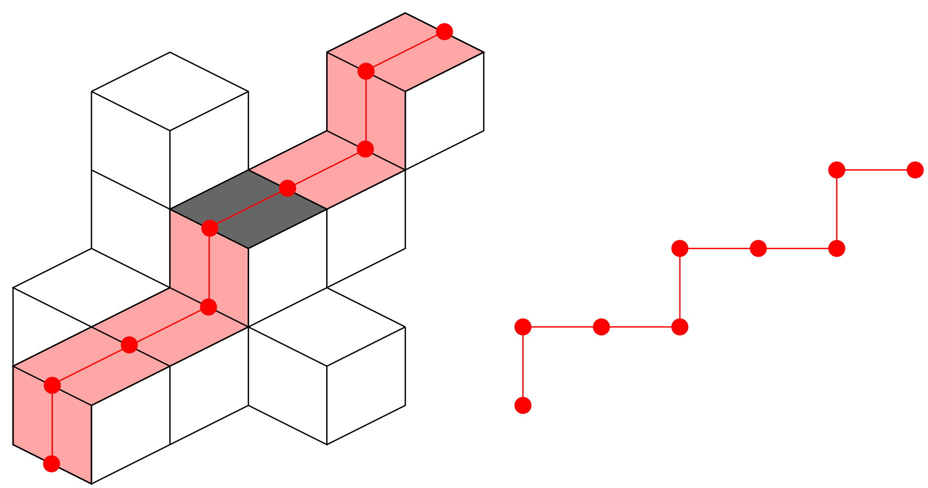


bel adjacent direct vers l'intérieur

Contour sur une surface

Etant donnés un bel c de ∂O et $j \neq \perp(c)$, on définit un *contour sur la frontière* comme la suite de bels adjacents directs à partir de c suivant les directions $\perp(c)$ ou j.

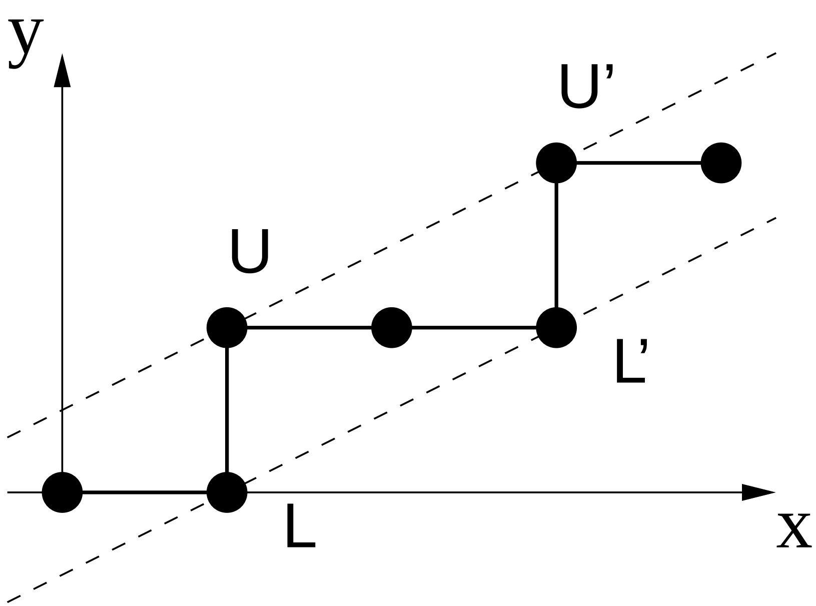
Un tel contour peut être vu comme un chemin 2D 4-connexe.



Tangente discrète 2D

Droite discrète 4-connexe de caractéristiques $(a, b, \mu) \in \mathbb{Z}^3$:

$$\{(x, y) \in \mathbb{Z}^2, \mu \leq ax - by < \mu + |a| + |b|\}$$



$$(a, b, \mu) = (1, 2, -1)$$

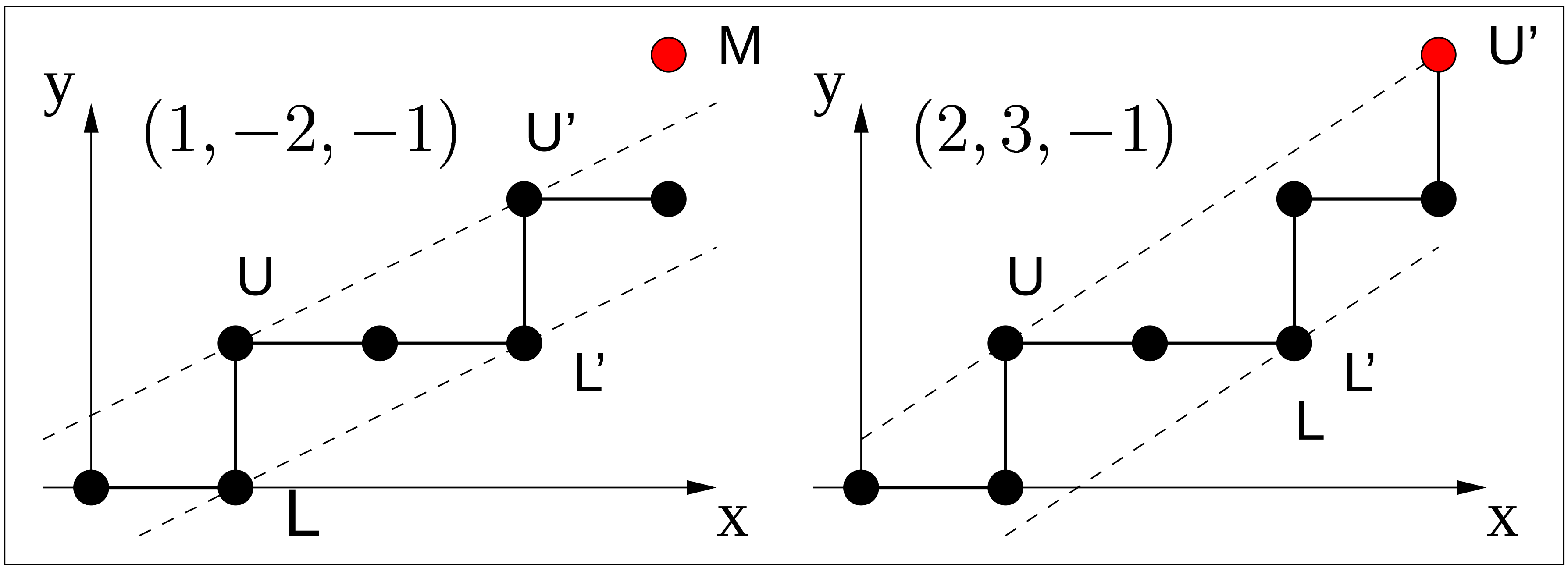
Droites d'appui : $ax - by = \mu$, $ax - by = \mu + |a| + |b| - 1$

Tangente discrète 2D

Test d'ajout d'un point M à un segment de droite :

(1) M est entre les droites d'appui : OK

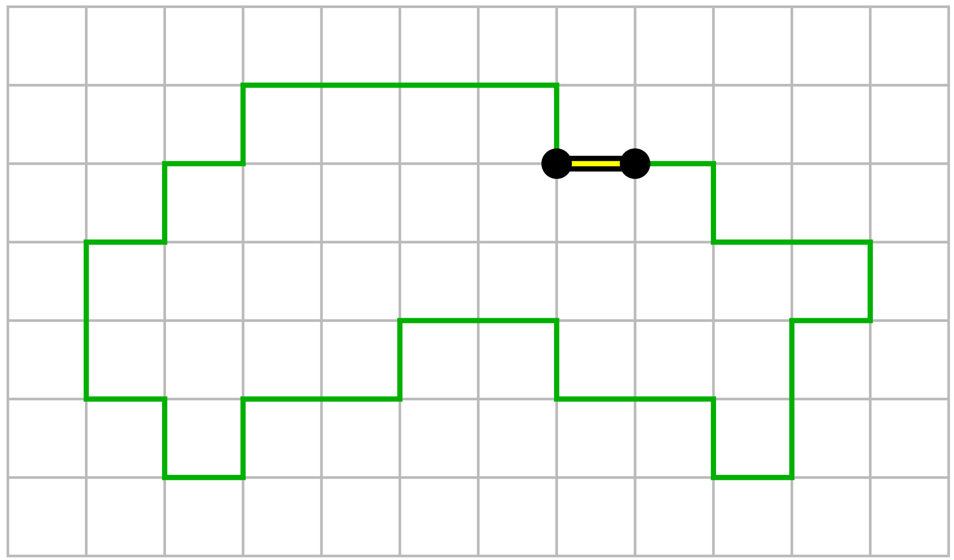
(2) $ax_M - by_M = \mu - 1$: M est “un peu trop au dessus”



(3) M est “un peu trop au dessous” : similaire

Tangente discrète 2D

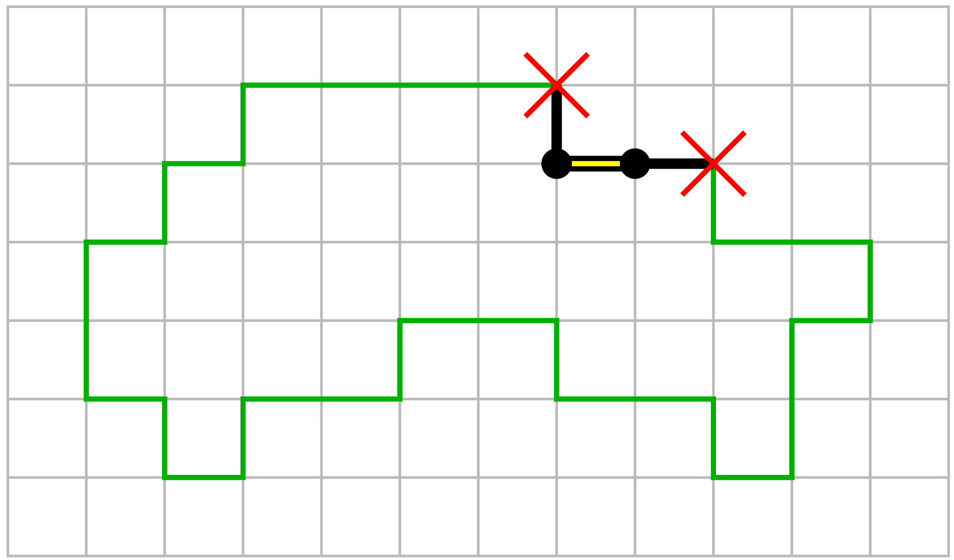
Tangente symétrique autour d’une arête



$$(a, b, \mu) = (0, 1, 0)$$

Tangente discrète 2D

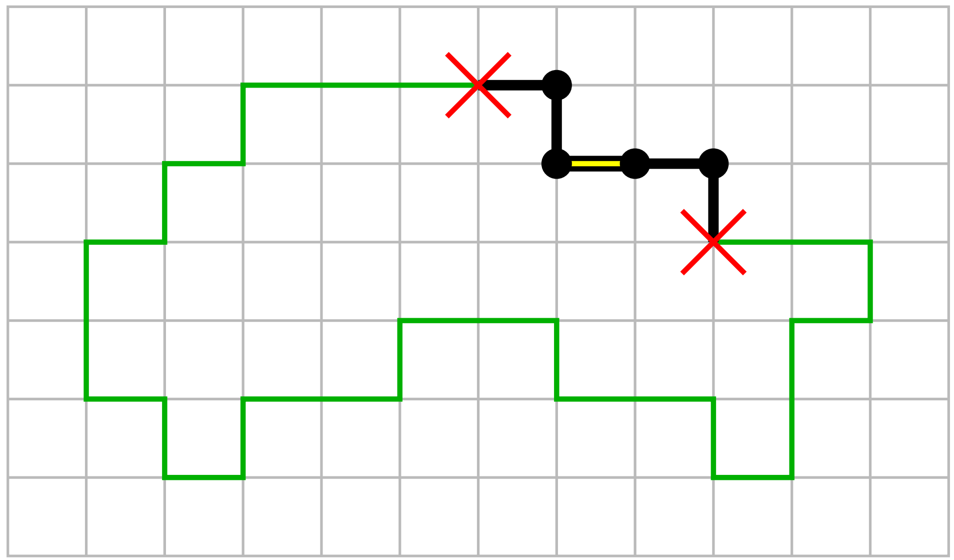
Tangente symétrique autour d'une arête



$$(a, b, \mu) = (-1, 2, -2)$$

Tangente discrète 2D

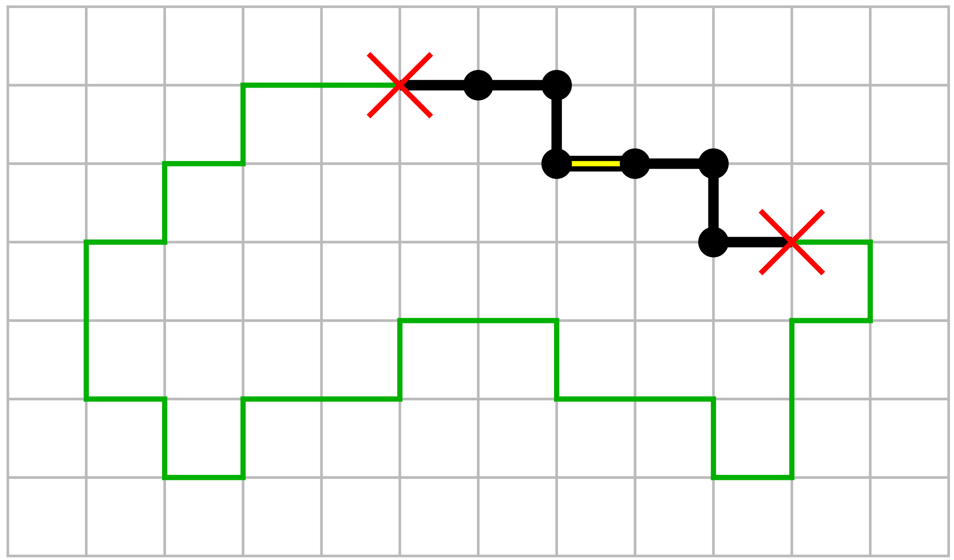
Tangente symétrique autour d'une arête



$$(a, b, \mu) = (-1, 2, -2)$$

Tangente discrète 2D

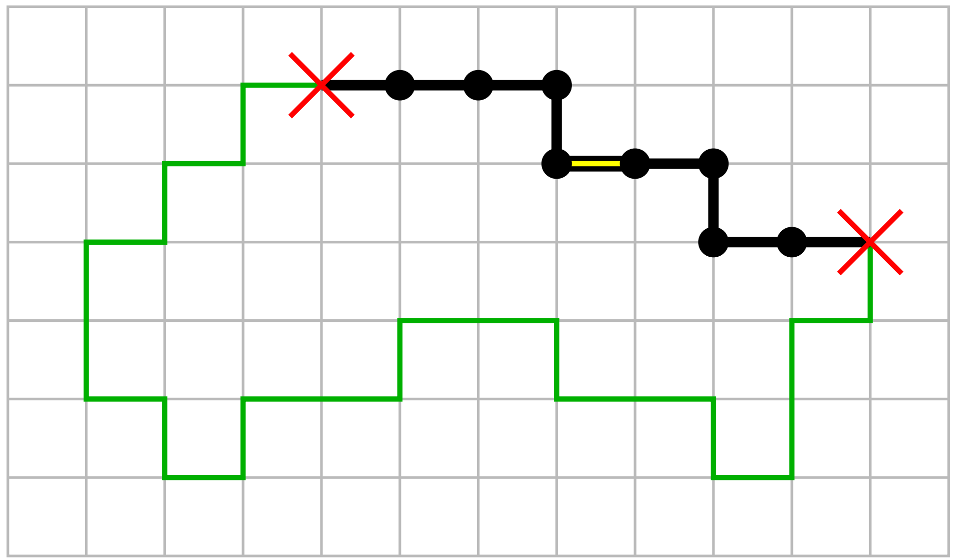
Tangente symétrique autour d'une arête



$$(a, b, \mu) = (-1, 2, -2)$$

Tangente discrète 2D

Tangente symétrique autour d'une arête



$$(a, b, \mu) = (-2, 5, -5)$$

Normale à une surface nD

Vecteur normal : vecteur orthogonal aux $n-1$ vecteurs tangents calculés sur le bel considéré c.

$$i = \perp(c)$$

τ_i : orientation de l'élément de $\nabla_i c$ de x_i maximum.

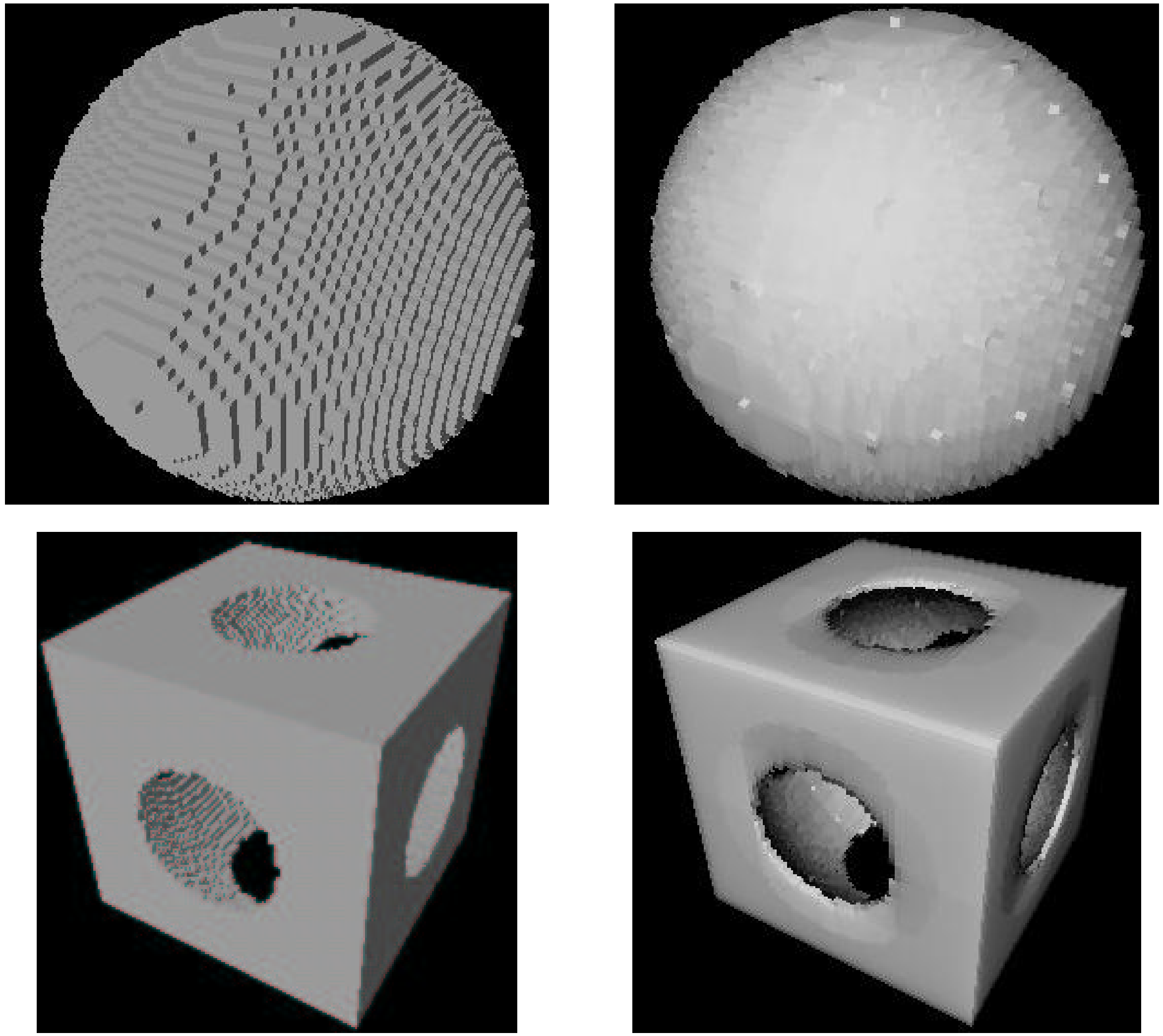
τ_j : orientation de l'élément de $\Delta_j c$ de x_j maximum.

$$\vec{n}(c) = \frac{\vec{u}(c)}{\|\vec{u}(c)\|}$$

$$\forall j \neq i, \vec{u}(c) \cdot \vec{e}_j = \tau_j \frac{\alpha_j(c)}{\beta_j(c)}$$

$$\vec{u}(c) \cdot \vec{e}_i = \tau_i$$

Visualisation d'objets discrets 3D

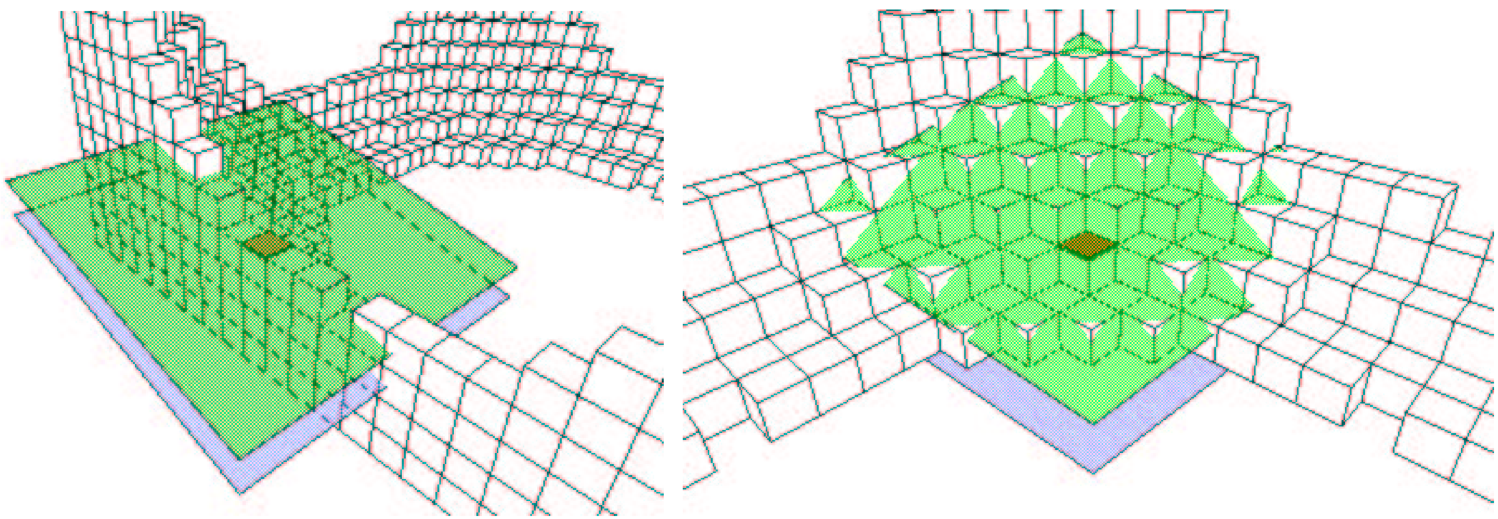


Plans tangents à une surface nD

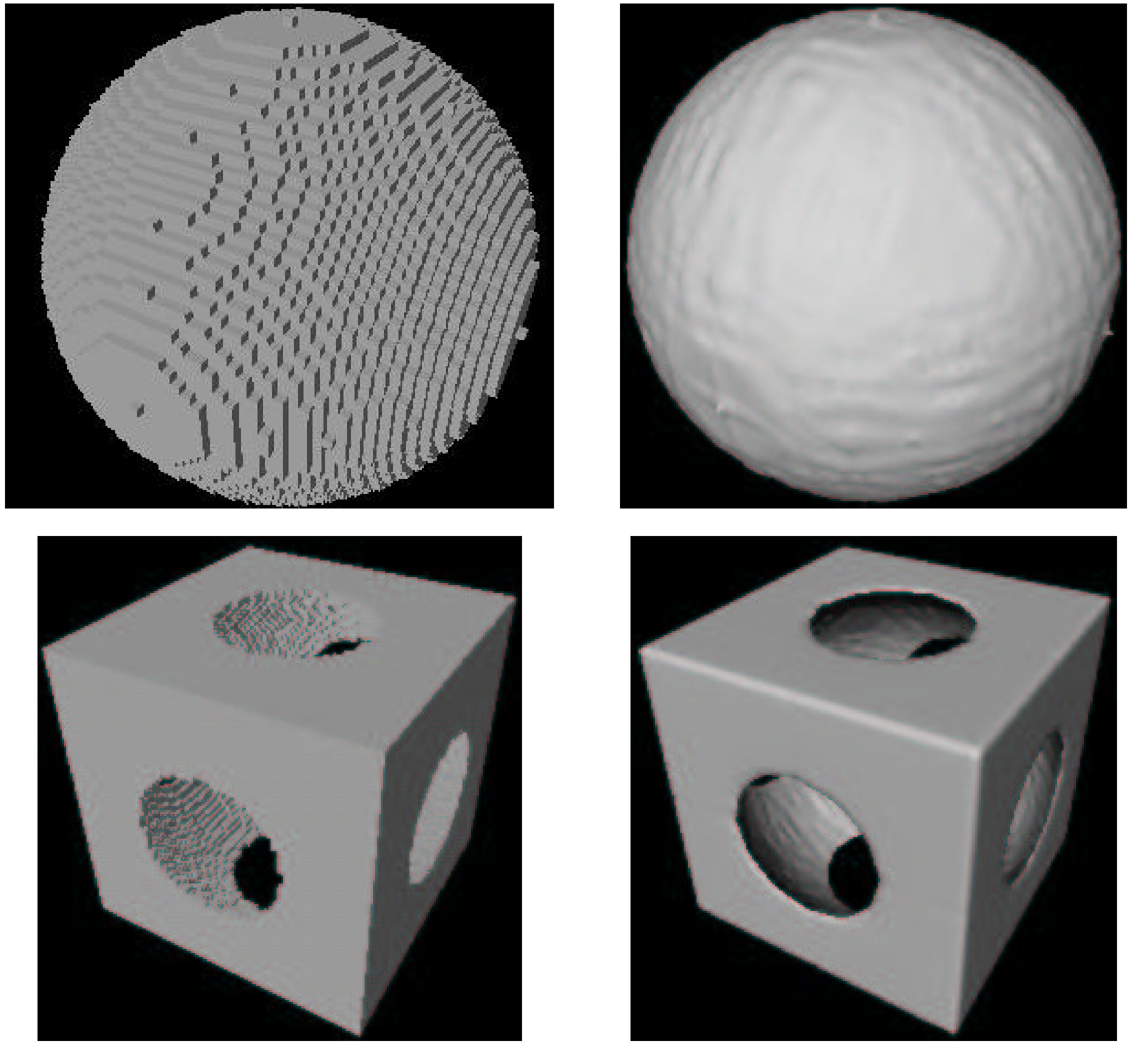
Centroïde de c : $\vec{x}_c$

Sur chaque contour: $z_j^+ = \frac{0.5\alpha_j - \mu_j}{\beta_j}$, $z_j^- = z_j^+ - 1 - \frac{|\alpha_j| - 1}{\beta_j}$

Le plan tangent intérieur passe par $\vec{x}_c + \tau_i \vec{e}_i \max_{j \neq i} z_j^+$



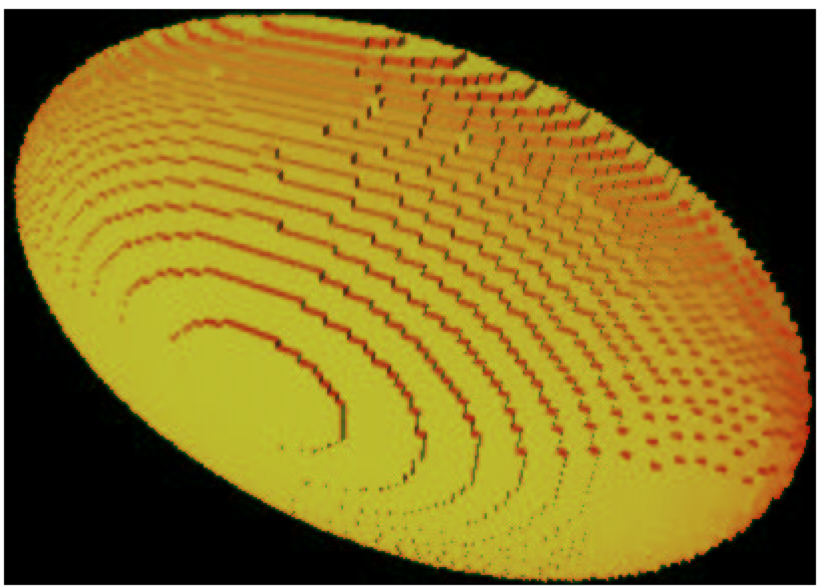
Lissage de surface 3D

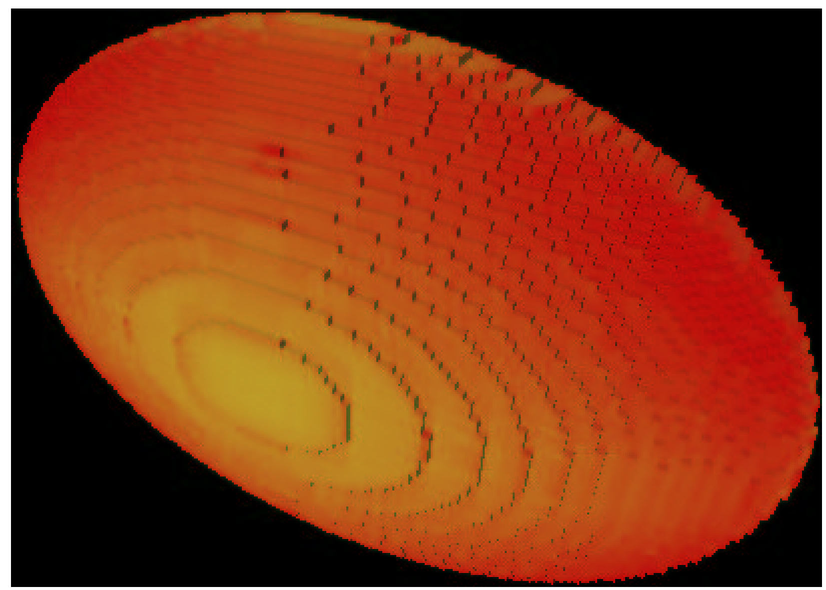


Aire d'une surface nD

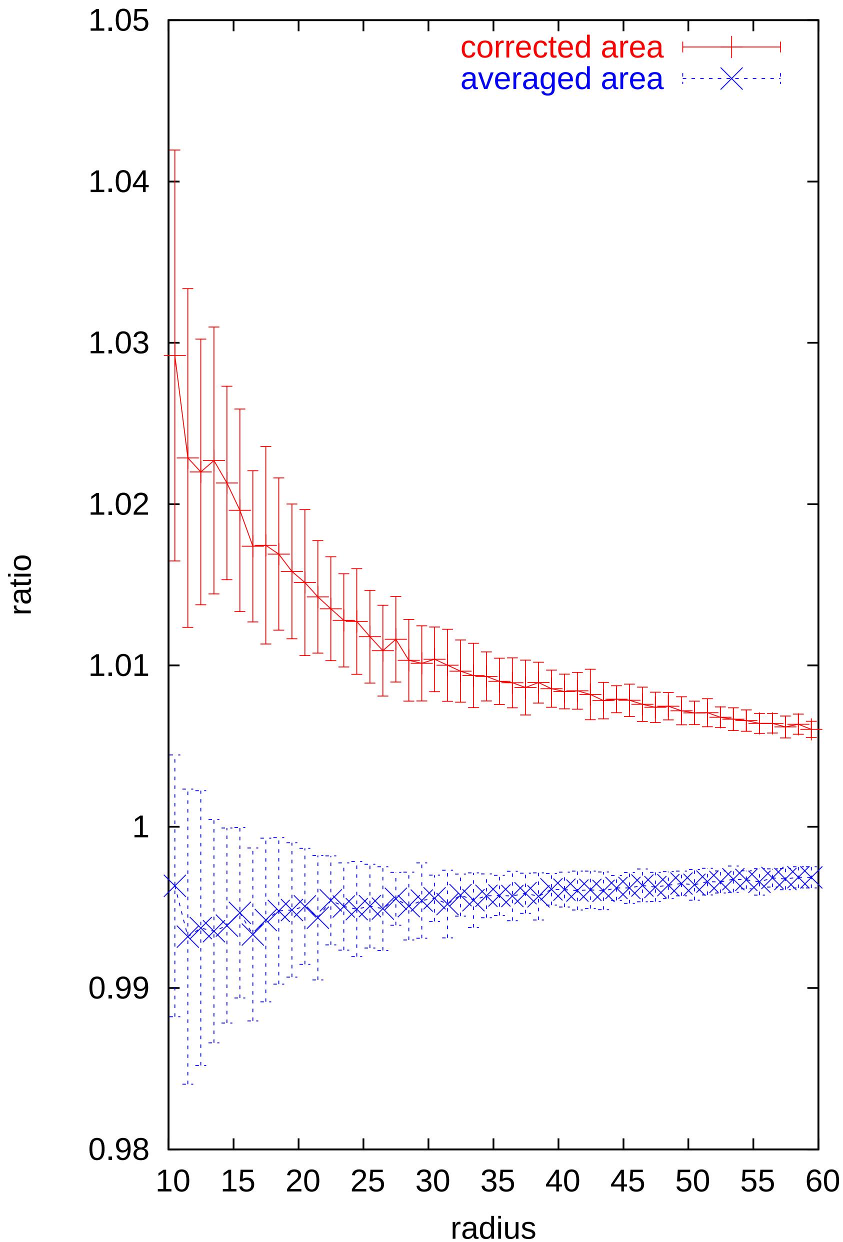
Aire corrigée : $\widehat{d\sigma}(c) = \vec{n}(c) \cdot \vec{e}_i$

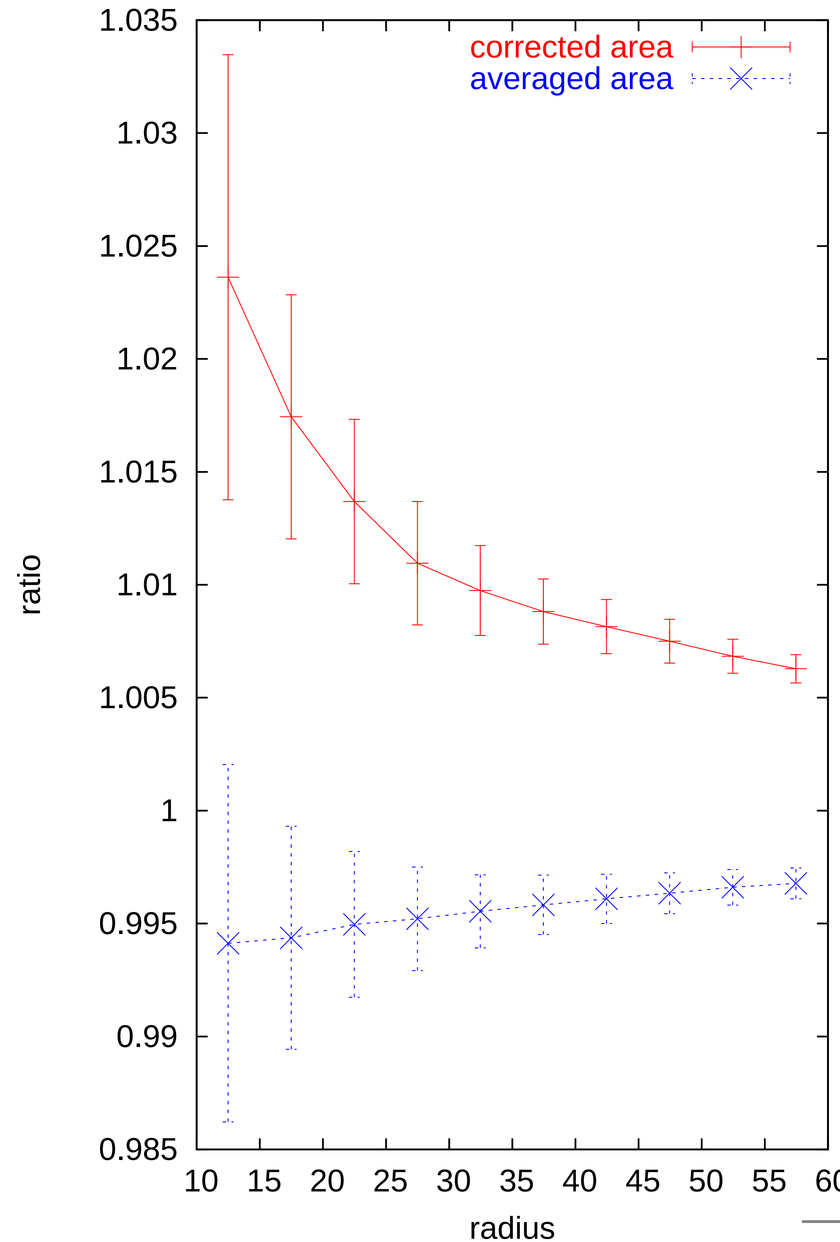
Aire moyenne : $\overline{d\sigma}(c) = 1/(\sum_{k=0}^{n-1} |\vec{n}(c) \cdot \vec{e}_k|)$





Aire d’une sphère 3D





Problèmes ouverts

- Plus la dimension est élevée moins le calcul de normale est précis.
- Comment utiliser le calcul incrémental des tangentes 2D ?
- Amélioration de la définition des tangentes : demi-tangentes
- Définition et calcul de courbure(s)